$$5) \int \frac{dx}{x^{\frac{3}{7}}(1-x^2)^{\frac{16}{7}}} = \int \frac{dy}{\sin^{\frac{3}{7}} y \,.\, \cos^{\frac{25}{7}} y} = \int \frac{(1+z^2)\,dz}{z^{\frac{3}{7}}}$$

$$= \int \frac{dz}{z^{\frac{3}{4}}} + \int z^{\frac{11}{7}}\,dz = \frac{7z^{\frac{4}{7}}}{4} + \frac{7z^{\frac{18}{7}}}{18} + C;$$

hier ist $x = \sin y$, mithin $z = \operatorname{tang} y = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$ gesetzt.

Anmerkung. Da $(-a+bx^2)^{\frac{r}{2n+1}} = -(a-bx^2)^{\frac{r}{2n+1}}$ ist, so ist es hier sehr bequem, beide Substitutionen zu versuchen, nämlich man kann

$$\sqrt{\frac{b}{a}}\; x = \sec y, \quad \text{oder}$$

$$\sqrt{\frac{b}{a}}\; x = \sin y$$

setzen, ohne in einen imaginären Ausdruck zu gerathen.

Wir wollen noch schliesslich einer Substitutionsart erwähnen, durch welche nicht selten die Mühe der Zerlegung in Partialbrüche erspart wird.

Es sei

$$dy = \frac{x^m\,dx}{(x+a)^r\;\varphi(x)}$$

gegeben, so wird man, wenn man $x + a = u$ setzt:

$$dy = \frac{(u-a)^m\,du}{u^r\,\varphi(u-a)} \quad . \;\; . \;\; . \;\; . \;\; . \;\; . \;\; 1.$$

Eben so wird unter der Voraussetzung, dass $\varphi\,(x)$ ein Product ist aus Binomen mit ganzen Exponenten und aus Trinomen mit Exponenten von der Form $\left(\frac{t}{2}\right)$,

$$\frac{dx}{x^m\,(x+a)^r\,\varphi\,(x)} = -\frac{(u-1)^{m+p+r-2}\,du}{a^{m+r-1}\,U^r\,\Psi(u)} \quad . \;\; . \;\; . \;\; . \;\; . \;\; . \;\; 2,$$

wenn man $a + x = ux$ setzt, woraus

$$x = \frac{a}{u-1}, \;\; dx = -\frac{a\,du}{(u-1)^2}, \;\; x + a = \frac{au}{u-1},$$

und etwa

$$\varphi\,(x) = \frac{\Psi\,(u)}{(u-1)^p}$$

folgt.