

worin die Integrationen zwischen denjenigen Grenzen auszuführen sind, welche die Ausdehnung des angenommenen Raumstückes charakterisiren.

Will man die lebendige Kraft  $k$ , die in einer zur Ebene der  $x, y$  parallelen Schichte enthalten ist, so hat man für diese die Gleichung

$$(7) \quad K = \frac{1}{2} \rho \iint \left[ \left( \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right)^2 \right] dx dy$$

worin wieder die Integrationsgrenzen den Ausdehnungen der Schichte entsprechend zu nehmen sind.

Da in der Formel (7) unter den Integralzeichen  $z$  als constant betrachtet werden kann, so kann man vorstehende Gleichung nach  $z$  deriviren und erhält, wenn  $z$  in den Integrationsgrenzen nicht vorhanden ist

$$(8) \quad \frac{\partial K}{\partial z} = \rho \iint \left[ \frac{\partial \varphi}{\partial x} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial z} + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y \partial z} + \frac{\partial \varphi}{\partial z} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} \right] dx dy.$$

Nun ist

$$(9) \quad \iint \frac{\partial \varphi}{\partial x} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial z} dx dy = \int \left\{ \frac{\partial \varphi}{\partial x} \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right\} dy - \iint \frac{\partial \varphi}{\partial z} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} dx dy$$

$$(10) \quad \iint \frac{\partial \varphi}{\partial y} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y \partial z} dx dy = \int \left\{ \frac{\partial \varphi}{\partial y} \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right\} dx - \iint \frac{\partial \varphi}{\partial z} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} dx dy.$$

Die Parenthesen um die Ausdrücke

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} \frac{\partial \varphi}{\partial z} \quad \text{und} \quad \frac{\partial \varphi}{\partial y} \frac{\partial \varphi}{\partial z}$$

bedeuten, dass in dem ersten dieser zwei Producte die Grenzen des Integrales bezüglich  $x$ , in dem zweiten die Grenzen des Integrales bezüglich  $y$  einzuführen sind, so dass immer von dem Substitutionsresultate, welches durch Einführung der oberen Grenze zum Vorschein kommt, das Substitutionsresultat, welches durch Einführung der unteren Grenze erhalten wird, abgezogen wird.

Mit Hilfe der Gleichungen (9) und (10) geht die unter (8) über in