die Flüssigkeit wirken, die Bedingung erfüllen, dass, wenn X, Y, Z die Summen ihrer nach den drei Coordinatenaxen geschätzten Componenten bedeuten, auch das Trinom

$$Xdx + Ydy + Zdz$$

ein vollständiges Differential sei, die Kräfte also ein Potential besitzen.

Stellt man durch φ die angedeutete Function dar, so dass

$$udx + vdy + wdz = d\varphi \tag{2}$$

so hat man dem gemäss

$$u = \frac{\partial\varphi}{\partial x},\; v = \frac{\partial\varphi}{\partial y},\; w = \frac{\partial\varphi}{\partial z} \tag{3}$$

führt man diese Werthe von u, v, w in die Gleichung (1) ein, so verwandelt sich dieselbe in die folgende:

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2} = 0 \tag{4}$$

Diese Gleichung wird im folgenden benützt zur Herleitung eines Gesetzes der lebendigen Kräfte in einer bewegten incompressiblen Flüssigkeit, welches einen bemerkenswerthen Zusammenhang zwischen dem Principe der lebendigen Kräfte und der Bedingung der Continuität der Masse darstellt.

Bezeichnet man mit ρ die Masse der Flüssigkeit in der Volumseinheit, also mit $\rho d\, x\, dy\, dz$ die Masse eines von der Flüssigkeit ausgefüllten Raumelementes $dx\, dy\, dz$, sind die Geschwindigkeits-Componenten in diesem Raumelemente die durch die Formeln (3) gegebenen, so ist die in demselben enthaltene lebendige Kraft dL gegeben durch die Gleichung

$$dL = \frac{1}{2}\rho\left[\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right)^2\right] dx\, dy\, dz \tag{5}$$

Die in einem bestimmten Stücke des von der Flüssigkeit erfüllten Raumes enthaltene lebendige Kraft ist dann

$$L = \frac{1}{2}\rho\iiint\left[\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right)^2\right] dx\, dy\, dz \tag{6}$$