nennen wir den Schrägriß der Strecke pq auf die Gerade G für die Stellung ρ; ist ρ zu G normal, so nennen wir diese Strecke den Normalriß der Strecke pq auf die Gerade G.

Nehmen wir ein rechtwinkliges Koordinatensystem $(o\,X_i)$ $(i = 1, 2, 3)$ und einen (reellen) Punkt p an und projizieren wir die Strecke $\overline{op}$ auf die drei Achsen X_i; die Summe der Quadrate dieser Projektionen $\overline{op_{x_i}}$ ist nach dem Pythagoräischen Lehrsatze gleich $\overline{op}^2$ und ist daher gegenüber beliebigen Bewegungen (Spiegelungen), denen die Strecke $\overline{op}$ unterworfen wird, invariant; wenn wir diese Strecke vom Punkte o aus auf den drei Achsen abtragen und nun umgekehrt das so erhaltene Dreibein[1] (ox_i) auf die Gerade op projizieren, so erhalten wir in dieser drei Strecken, welche den Strecken $\overline{op_{x_i}}$ gleich sind, nämlich die Länge $\overline{op}$ cos γ_i haben, wobei unter γ_i die Winkel zwischen der Geraden op und den Achsen zu verstehen sind; daher können wir dem Pythagoräischen Lehrsatze auch die folgende Wendung geben:

Satz 1: Die Quadratsumme der Normalrisse der Schenkel eines Dreibeines auf irgend eine (reelle) Gerade ist invariant gegenüber Bewegungen und Spiegelungen des Dreibeins; sie ist dem Quadrate eines Schenkels (Länge $\mathfrak{r}$) gleich.

$$\Sigma\,(o^G x_i^G)^2 = \mathfrak{r}^2. \tag{1}$$

Sind die projizierenden Ebenen (Stellung ρ) schief gegen die Gerade G, so ergibt sich:

$$\Sigma\,(o^G x_i^G)^2 = \mathfrak{r}^2 \sec^2 \varphi, \tag{2}$$

wobei φ der Winkel ist, den die Gerade G mit einer zur Ebene ρ gelegten Senkrechten N einschließt.[2]

[1] Der Ausdruck »Dreibein« rührt von Steiner her; es besteht aus drei gleich langen Strecken (Schenkeln), die paarweise aufeinander senkrecht stehen.

[2] Rechnerisch ergibt sich dieses Resultat in einfacher Weise in der Form:

$$\Sigma\,(o^G x_i^G)^2 = \mathfrak{r}^2 \frac{\Sigma g_i^2 \Sigma n_i^2}{(\Sigma g_i n_i)^2},$$

wobei die g_i die Richtungskoeffizienten der Geraden G, die n_i jene der Geraden N hinsichtlich des Achsenkreuzes $(o\,X_i)$ sind.