

III. Ergänzung des Helmholtz'schen Satzes über Wirbelbewegungen.

Die Wirbelkomponenten ξ , η , ζ ergeben sich dem Ansatz 1) gemäß zu

$$\xi = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial w}{\partial y} = - \frac{\partial f}{\partial y}$$

$$\eta = \frac{\partial w}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial f}{\partial x}$$

$$\zeta = \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} = 0.$$

Demnach ist

$$\text{rot}^2 v = \left(\frac{\partial f}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)^2.$$

Geschieht die Bewegung des zähen Mediums nun derart, daß sowohl das Integral über die Normalbeschleunigung zur Oberfläche, d. i. $2k \int \frac{dv}{dt} \cdot dF$ als auch $\frac{d}{dt} \int v \cdot dF$ Null ist, so ist der Energieverlust in der Zeiteinheit durch

$$\Delta L = k \int \text{rot}^2 v \, d\tau$$

allein gegeben.

Bei Berechnung der sekundlich erzeugten Wärmemenge kommt es also nur auf die Ermittlung der Funktion f an, welcher Satz eine Ergänzung der These von Helmholtz bildet,¹ wonach bei der Flüssigkeitsbewegung mit Reibung nur die Glieder der Wirbelkomponenten berücksichtigt zu werden brauchen, um aus der Bewegung mit Geschwindigkeitspotential jene ohne Geschwindigkeitspotential herzuleiten.

¹ Helmholtz, Über Integrale der hydrodynamischen Gleichungen, welche Wirbelbewegungen entsprechen. Crell's Journ., Bd. LV, p. 25. — Stefan, Über die Bewegung flüssiger Körper. Diese Ber., XLVI, p. 8. — G. Jäger, Zur Frage des Widerstandes, welchen bewegte Körper in Flüssigkeiten und Gasen erfahren. Diese Ber., Bd. 106, p. 1118.