und es ist nach Voraussetzung

$$A = a_{11}\, a_{22} - a_{12}^2 = (y y_u y_v y_{uu})\,(y y_u y_v y_{vv}) - (y y_u y_v y_{uv})^2 \quad (4)$$

von Null verschieden.

Wir bezeichnen ferner mit $u_1' : u_2' : u_3' : u_4'$ die homogenen Koordinaten einer veränderlichen Ebene u', so daß z. B.

$$U = (u' y) = u_1' y_1 + u_2' y_2 + u_3' y_3 + u_4' y_4 = 0 \quad (5)$$

die Gleichung des Punktes y wird.

Weiters bezeichnen mit

$$\pi_{12} = \pi_{34}', \; \pi_{13} = \pi_{42}', \; \pi_{14} = \pi_{23}', \; \pi_{34} = \pi_{12}', \; \pi_{42} = \pi_{13}', \; \pi_{23} = \pi_{14}'$$

die Plücker'schen Koordinaten einer Geraden π; dann wird z. B.

$$G_{01} = \sum_{ik} \pi_{ik}' (y y_u)_{ik} = \sum_{ik} \pi_{ik}' \left(y_i \frac{\partial y_k}{\partial u} - y_k \frac{\partial y_i}{\partial u} \right) = 0. \quad (6)$$

die Gleichung der Geraden $y\, y_u$ in Veränderlichen π_{ik}'.

Wir bezeichnen jetzt mit y_α irgendeinen durch Differentiation nach u und v aus (1) abgeleiteten Punkt, y selbst mit eingeschlossen. Dann ist jeder der Ausdrücke

$$\left.\begin{aligned} &(y_\alpha y_\beta y_\gamma y_\delta),\; (x y_\alpha y_\beta y_\gamma),\; (u' y_\alpha) = \sum_1^4 u_i' (y_\alpha)_i,\; (u' x) = \sum_1^4 u_i' x_i \\ &\qquad \sum \pi_{ik}' (y_\alpha y_\beta)_{ik},\; \sum \pi_{ik}' (x y_\alpha)_{ik} \end{aligned}\right\} \quad (7)$$

eine Invariante gegenüber projektiven Transformationen unseres Raumes und umgekehrt ist jede ganze, rationale, projektive Invariante der Punkte x, y_α, der Ebene u' und der Geraden π eine ganze rationale Funktion der Ausdrücke (7).

Wir bezeichnen von diesen projektiven Invarianten der x, y_α, u' und π diejenigen als »projektive Differentialinvarianten«, welche bei den beiden Transformationen $\overline{T}$ und $\overline{\overline{T}}$ die Invarianteneigenschaft haben: