III. *a)* Die Affinität oder Viererdyade $\mathrm{A} = \mathfrak{A}\,;\mathfrak{B}$ hat (Art. 22) die binäre vierfachlineare Form:

$$\Phi = a_x a'_{x'}| = a_x \alpha_\xi a'_{x'} \alpha'_{\xi'},$$

wo $a_x|$, $a'_x|$ die Formen der im allgemeinen symbolischen Viererektoren $\mathfrak{A}, \mathfrak{B}$ sind. Eine zweite Viererdyade $\mathrm{A}_1 = \mathfrak{A}_1\,;\mathfrak{B}_1$ hat die Form $\Phi_1 = a_{1x} a'_{1x'}|$ und gibt mit A die binäre Invariante und daher (Art. 21) die vierervektorische Invariante:

$$A_{01} = (a a_1)(a' a'_1)| = 4((a a_1)|^1/_2)((a' a'_1|^1/_2) = \text{(Art. 21)}$$
$$= 4\Sigma a_\iota a_{1\iota} \Sigma b_\iota b_{1\iota} = 4\Sigma a_{\iota\varkappa} b_{\iota\varkappa} = 4\,\mathrm{A} : \mathrm{A}_1,$$

also das obige Doppelprodukt der Dyaden.

Es ergibt sich A_{01} aus den Formen Φ, Φ_1 durch Überschiebungen, bezüglich $x, x'\,; \xi, \xi'$. Aus den Entwicklungen dieser Formen (vgl. Art. 22):

$$\Phi = p_x p_{x'}| - {}^1/_2((xx')l\pi_\xi \pi_{\xi'} + |) + l(xx')|^1/_4,$$
$$\Phi_1 = p_{1x} p_{1x'}| - {}^1/_2((xx)l_1 \pi_{1x} \pi_{1x'} + |) + l_1(xx')|^1/_4$$

und den Relationen:

$$p_x p_{x'}\;\mathrm{i}\;\mathrm{i}\;(xx') = 0,\;\; (\xi\xi')\;\mathrm{i}\;\mathrm{i}\;\pi_\xi \pi_{\xi'} = 0,\;\; (xx')\;\mathrm{i}\;\mathrm{i}\;(xx')| = 4$$

folgt daher:

$$A_{01} = (pp_1)^2| + {}^1/_2(ll_1(\pi\pi_1)^2 + |) + ll_1| =$$
$$= \mathrm{K} \,\dot{\mathrm{2}}\,\dot{\mathrm{2}}\, \mathrm{K}_1 + {}^1/_2 \Lambda \,\dot{\mathrm{2}}\, \Lambda_1 + {}^1/_2 L \,\dot{\mathrm{2}}\, L_1 + A_0 A_{10}.$$

b) Sind die Dyaden beide antisymmetrisch, verschwinden also die K, K_1, A_0, A_{10}, so wird

$$2A_{01} = ll_1(\pi\pi_1)^2 + | = \Lambda \,\dot{\mathrm{2}}\, \Lambda_1 + L \,\dot{\mathrm{2}}\, L_1$$

die bilineare Invariante der Traktoren, zu welchen die Dyaden gehören. Wenn demnach $L_x^2(\xi\xi') + |$, $L_{1x}^2(\xi\xi') + |$ die Formen dieser Traktoren sind, so ist:

$$2A_{01} = (LL_1)^2 + (\Lambda\Lambda_1)^2.$$

c) Sind nun die Dyaden mit ihren Formen Φ, Φ_1 symbolisch, so ergibt das Produkt:

$$\Psi = r_x r'_{1x'} r_{1x_1} r'_{1x'_1}|$$