Wegen 10) und 13) ist daher die zur Bestimmung von x_0 dienende Gleichung 14) vom achten Grade. Für jeden aus 14) folgenden Wert von x_0 erhält man aus der gemeinsamen Wurzel von 9) und 12) den zugehörigen Wert von z_0, während y_0 durch den konstanten Wert von 3) gegeben ist.

Aus 5) und 8) folgen die Winkel i und k, aus 7) und 6) x_2, z_2, wodurch auch die Lagen von Q_2 und Q_1 gefunden sind. Es gibt demnach acht Lagen des Hyperboloids und da für jede durch P_3 zwei Erzeugende gehen, daher im allgemeinen 16 Lagen der Geraden g_3, welche der Aufgabe genügen. Zum Zwecke ihrer Bestimmung führen wir die weitere Rechnung im Koordinatensystem $X'Y'Z'$ durch. Setzt man in 4) für x, y, z die in XYZ gegebenen Koordinaten des Punktes P_3, nämlich $x_3 y_3 z_3$ ein, so ergeben sich daraus wegen der nunmehr bekannten Winkel i, k die Koordinaten $x_3' y_3' z_3'$ von P_3 in $X'Y'Z'$.

Die Projektionen der beiden durch P_3 gehenden Erzeugenden des Hyperboloids auf $X'Y'$ sind dann Tangenten an den Kehlkreis

$$x'^2 + y'^2 = A^2. \tag{15}$$

Die Berührungspunkte $x_1' y_1'$ der durch $x_3' y_3'$ an jenen Kreis gezogenen Tangenten folgen also aus

$$y_3' - y_1' = -\frac{x_1'}{y_1'}(x_3' - x_1')$$

in Verbindung mit 15), wenn dort $x'y'$ durch $x_1' y_1'$ ersetzt werden.

Sind $\xi' \eta' \zeta'$ die laufenden Koordinaten von g_3, so sind die Gleichungen dieser Erzeugenden

$$\left.\begin{aligned} \zeta' &= -\frac{z_3'}{x_1' - x_3'}(\xi' - x_1') \\ \zeta' &= -\frac{z_3'}{y_1' - y_3'}(\eta' - y_1') \end{aligned}\right\} \tag{16}$$

Mit g_3 ist auch die Lage von Q_3 bestimmt. Versteht man unter $\xi' \eta' \zeta'$ nunmehr die Koordinaten dieses Punktes in