stellt einen im R_{r-1} enthaltenen R_{r-2} dar. Einen solchen Raum wollen wir ein »Flach«[1] des R_{r-1} nennen und die Koeffizienten seiner Gleichung $u_1, u_2, \ldots u_r$ bezeichnen wir als homogene Koordinaten dieses Flachs.

Mit der Einführung der Flachkoordinaten als gleichberechtigt mit den Punktkoordinaten ist die Auffassung des R_{r-1} als Ort seiner Flache (Flachraum) als gleichberechtigt mit der Auffassung als Ort seiner Punkte (Punktraum) verbunden und dieser doppelten Auffassung entspringt das Dualitätsgesetz der projektiven Geometrie des R_{r-1}.

3. In vielen Fragen tritt nicht direkt die Zahl der Dimensionen $r-1$ eines R_{r-1} auf, sondern die Zahl r, so daß ein eigener Name für die um 1 vermehrte Dimensionszahl eines linearen Raumes wünschenswert ist. H. Grassmann und mit ihm E. Study[2] nennen diese Zahl die »Stufe« des Raumes, wodurch sie sich mit dem bei den projektiven Geometern ziemlich festliegenden Sprachgebrauch (Stufe = Anzahl der Dimensionen) in Widerspruch setzen. Ich erlaube mir den Vorschlag, die um 1 vermehrte Dimensionszahl eines linearen Raumes als »Rang« des Raumes zu bezeichnen, ein Vorschlag, der mir wegen seiner Anlehnung an die Ausdrucksweise der Algebra zweckmäßig erscheint. Der Rang der Matrix, die aus den homogenen Koordinaten einer beliebigen Anzahl von Punkten gebildet ist, gibt dann zugleich den Rang des linearen Raumes an, dem die Punkte »zugehören«,[3] d. h. des linearen Raumes niedrigsten Ranges, in dem sie alle enthalten sind, ihres »Verbindungsraumes« (Zugehörigkeitsraumes).

4. Ein Verein von n Punkten heißt »n-Eck«, die n Punkte selbst seine »Ecken«, die Flache, die durch je $r-1$ unter

[1] Die italienischen Mathematiker sagen Hyperebene (iperpiano), vgl. die treffliche Darstellung der projektiven Geometrie mehrdimensionaler Räume von E. Bertini, Introduzione alla geometria proiettiva degli iperspazi, Pisa, 1907, 1. Cap., No. 6.

[2] H. Grassmann, Ausdehnungslehre, Berlin 1868, Nr. 14. P. H. Schoute (Mehrdimensionale Geometrie, Leipzig 1902) gebraucht den Ausdruck Punktwert.

[3] Diese Ausdrucksweise gebraucht E. Bertini in dem oben zitierten Werke.