

um eine prinzipielle Frage handelt, so genügt wohl die Beschränkung auf den Kreiszyylinder, zumal man schon in diesem einfachsten Falle interessante Resultate erlangt und kompliziertere Querschnittsformen der mathematischen Behandlung kaum zugänglich sind.

Formulierung des Problems und allgemeine Integration.

Im Einklang mit den vorstehenden Erörterungen stellen wir uns folgende Aufgabe. Wir wollen die Spannungsverteilung in einem Stab von kreisrundem Querschnitt finden, dessen Mantel spannungsfrei ist mit Ausnahme bestimmter Stücke an den beiden Enden, wo er eingespannt ist und wo durch diese Einspannung zwei entgegengesetzt gleiche Drehmomente auf ihn ausgeübt werden. Diese Drehmomente werden dabei durch Reibungskräfte übertragen, die an der Berührungsfläche zwischen Einspannkörper und Stab auftreten. Aus der Art dieser Kräfte folgt, daß außer diesen Schubspannungen auch ein Druck in normaler Richtung auf den eingespannten Zylindermantel wirkt, der nach dem Coulomb'schen Reibungsgesetz bedeutend größer als die Tangentialspannung sein muß.

der Elastizitätsmodul, σ die Poisson'sche Konstante. Die Spannungen sind dann dementsprechend

$$\begin{aligned}\sigma_x &= \frac{\sigma E (3 - 2\sigma)}{(1 + \sigma)(1 - 2\sigma)} \nabla \Phi + \frac{E}{1 + \sigma} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} & \tau_{xy} &= \frac{E}{1 + \sigma} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y} \\ \sigma_y &= \frac{\sigma E (3 - 2\sigma)}{(1 + \sigma)(1 - 2\sigma)} \nabla \Phi + \frac{E}{1 + \sigma} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} & \tau_{xz} &= \frac{E(1 - \sigma)}{1 + \sigma} z \frac{\partial}{\partial x} \nabla \Phi \\ \sigma_z &= 2(1 - \sigma) \nabla \Phi & \tau_{yz} &= \frac{E(1 - \sigma)}{1 + \sigma} z \frac{\partial}{\partial y} \nabla \Phi,\end{aligned}$$

Setzt man $\Phi = c_1 x^3 y + c_2 x y^3$, so erhält man bei entsprechender Bestimmung der beiden Konstanten c_1 und c_2 die beiden Ansätze von Reiner. Es ist dies im Grunde genommen nur ein verallgemeinerter Ansatz für den ebenen Spannungszustand; man kann infolgedessen, wie aus den allgemeinen Formeln hervorgeht, immer nur eine lineare Abhängigkeit der Schubspannungen am Mantel von z erreichen, was mit den tatsächlichen Verhältnissen nicht übereinstimmt, und die Spannung σ_z ist immer von z unabhängig; sie kann natürlich gleich Null sein wie bei dem ersten Beispiel von Reiner, dem Kreiszyylinder.