

Winkel von ungefähr  $24^\circ$  — sich beträchtliche Abweichungen ergeben. Mehr kann man aber füglich von der St. Venant'schen Theorie, die ja auf der Voraussetzung kleiner Verschiebungen aufgebaut ist, nicht verlangen; durch die Abweichungen bei großen Winkeln wird nichts gegen sie ausgesagt. Auch Busemann führt dieselben im wesentlichen auf das Auftreten einer Normalspannung zurück.

Daß aber abgesehen von der Größe der Verdrehung auch die Einspannung des Stabes von großem Einfluß ist — die die Drillung hervorrufenden Kräfte können ja nicht, wie es die Torsionstheorie eigentlich verlangt, in zwei Querschnitten selbst angreifen, sondern sie müssen am Mantel durch Einspannung angesetzt werden — und daß durch diese beträchtliche derartige Normalspannungen hervorgerufen werden, soll in den folgenden Zeilen auf streng mathematischem Wege bei einem Kreiszyylinder gezeigt werden. Es wurde zwar schon in zwei Abhandlungen von M. Reiner<sup>1</sup> auf diesen Einfluß hingewiesen, aber dessen Ansatz für die Mantelkräfte wird den tatsächlichen Verhältnissen bei der Einspannung auch nicht annähernd gerecht und ist im Grunde genommen nichts Neues, obwohl der Verfasser das Ganze als eine Verbesserung der St. Venant'schen Theorie bezeichnet.

In dem Fall eines Kreiszyinders läßt sich nun tatsächlich eine Lösung der elastischen Grundgleichungen unter solchen Randbedingungen geben, die den Verhältnissen bei der Einspannung genau entsprechen. Da es sich ja hier vor allem

<sup>1</sup> M. Reiner, Über Torsionsbeanspruchung von Wellen. Zeitschr. d. österr. Ing.- u. Arch.-Ver., Jahrg. 1914, H. 18. — Über das Auftreten von Normalspannungen bei Torsion prismatischer Stäbe. Österr. Wochenschr. f. d. öff. Baudienst, 1915, H. 23.

Die in diesen Abhandlungen für den Kreis- und für den elliptischen Zylinder aufgestellten Spannungsverteilungen gehen, wie man leicht ableiten kann, auf den allgemeinen Ansatz für die Verschiebungen  $u, v, w$  zurück:

$$u = \frac{\partial \Phi}{\partial x} \quad v = \frac{\partial \Phi}{\partial y} \quad w = 2(1 - \sigma) z \nabla \Phi,$$

wobei  $\nabla$  den Laplace'schen Operator  $\frac{\partial}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial y^2}$  bedeutet und  $\Phi$  eine biharmonische Funktion der beiden Veränderlichen  $x$  und  $y$  allein ist.  $E$  ist