

Sind nun die Koordinaten von  $Q$  und  $Q' = \bar{Q}$  in der oben angegebenen Weise symbolisch, wenn also die kommutativen Produkte der Koordinaten von  $Q$  mit den Koordinaten von  $\bar{Q}$  aktual sind, so ist  $Q_{||}\bar{Q}$  die allgemeine reelle Weltaffinität  $A^n$ . In der Tat sind dann die Elemente  $a_{hk}$  ( $h \neq 4$ ) der Matrix der Affinität rein imaginär, die anderen reell, wie man sich aus (2) leicht überzeugt.

Aus der Aktualität des Produktes der Koordinaten, wie:

$$\begin{aligned}(A+iA')(A-iA') &= A^2 + A'^2 - i(AA' - A'A), \\ (A+iA')(B-iB') &= AB + A'B' - i(AB' - A'B)\end{aligned}$$

folgt, daß:  $A^2 + A'^2$ ,  $AA' - A'A$ ;  $AB + A'B'$ ,  $AB' - A'B$  Zahlen sind. Um nun in  $Q_{||}\bar{Q}$  die symbolische Darstellung der allgemeinen Weltaffinität zu haben, genügt es anzunehmen, daß die Produkte der Symbole  $A, B, C, D$  mit den Symbolen  $A'B'C'D'$  kommutativ sind, worauf dann die Elemente  $a_{ik}$  der Matrix von  $A^n$  algebraische Summen der 16 Zahlen:  $A^2 + A'^2, AB + A'B', AB' - A'B$  usw. werden.

Nach Art. 18 ist  $Q_{||}\bar{Q}$  die transponierte Affinität von  $A^n$ . Es sind  $\frac{1}{2}(Q_{||}\bar{Q} \pm Q_{||}\bar{Q})$  der symmetrische Teil  $A_{s}^n$  und der antisymmetrische Teil  $A_{as}^n$  von  $A^n$ . Letzterer gehört zu einem Weltsechservektor.

Wegen  $Q = a + \alpha$ ,  $Q' = b + \beta = \bar{Q}$  ist hier:  $b = -\bar{a}$ ,  $\beta = \bar{\alpha}$ . Daher haben  $A_{s}^n$ ,  $A_{as}^n$  die Gleichungen:

$$x' = -ax\bar{a} + \alpha\bar{\alpha}a, \quad x' = -x(\alpha\bar{a}) + (\alpha\bar{\alpha})x.$$

Die letzte Gleichung ist die eines Weltsechservektors, der bestimmt ist durch die konjugiertimaginären Vektoren  $\alpha\bar{a}$ ,  $\alpha\bar{\alpha}$ ; diese sind identisch mit den Vektoren  $-\frac{1}{2}\mathfrak{A}$ ,  $-\frac{1}{2}\mathfrak{B}$  des Art. 7.