Flächentangente, die dem Gewinde $\mathfrak{G}$ angehört,[1] daher auf Ψ eine Schar von ∞^1 Gewindekurven K. Falls Ψ eine $\mathfrak{G}$ angehörige Regelfläche wäre, würden ihre Erzeugenden die Gewindekurven sein. Wir wollen nun annehmen, die Fläche Ψ besitze die Eigenschaft, daß die Nullebene jedes ihrer Punkte p die Flächennormale enthalte oder, anders ausgedrückt, daß die Flächennormalen dem Gewinde $\mathfrak{G}$ angehören. Da die Nullebene von p Schmiegebene der Gewindekurve K ist, so ist die Binormale von K in p die zu K normale Flächentangente. Nach Nr. 1 folgt hieraus, daß die orthogonalen Trajektorien der Kurvenschar K Bahnkurven der Schraubung $\mathfrak{S}$ sind und, weil sie auf Ψ liegen, daß Ψ eine zu $\mathfrak{G}$ gehörige Schraubfläche sein muß. Ist umgekehrt Ψ eine zu $\mathfrak{G}$ gehörige Schraubfläche, so sind ihre Normalen, weil sie auf den Ψ angehörigen Bahnschraublinien senkrecht stehen, Strahlen des Gewindes $\mathfrak{G}$. Damit haben wir einen einfachen Beweis des folgenden, von É. Picard[2] stammenden Satzes gewonnen:

Satz 1: Eine Fläche ist dann und nur dann eine Schraubfläche, wenn ihre Normalenkongruenz einem Strahlgewinde angehört.

Dieser Satz gilt auch, wie unmittelbar klar, für eine Schraublinie, hingegen nie für einen Punkt, der sich also nicht als Schraubfläche auffassen läßt.

Obige Annahme über die Fläche Ψ, daß nämlich die Nullebene jedes ihrer Punkte die Flächennormale enthalte, ist im Fall krummliniger Gewindekurven gleichbedeutend damit, daß diese Kurven geodätische Linien auf Ψ seien. Man hat daher auch den folgenden

Satz 2: Eine Fläche Ψ, die keine dem Gewinde $\mathfrak{G}$ angehörige Regelfläche ist, ist dann und nur dann

[1] Nur wenn die Nullebene des Punktes p mit dessen Tangentialebene zusammenfällt, gehören alle Tangenten in p dem Gewinde an. Diese Eigenschaft kann nicht allen Punkten von Ψ zukommen, da sonst alle Strahlen von $\mathfrak{G}$ Tangenten von Ψ sein müßten, sondern die Punkte mit dieser Eigenschaft erfüllen bekanntlich eine Gewindekurve (oder mehrere Kurven) auf Ψ, die zugleich Haupttangentenkurve ist.

[2] Application de la théorie des complexes linéaires à l'étude des surfaces et des courbes gauches, Ann. Éc. norm. (2) 6 (1877), p. 329—366, Nr. 20. 21.