Nutzen dieses Zusammenhanges erwies sich jedoch im Laufe der Untersuchung viel weitreichender, als anfangs vermutet werden konnte.

L. Bianchi[1] hat schon 1879 gezeigt, daß jede Schraubfläche Ψ Evolutenfläche einer Schar paralleler Schraubflächen ist und daher die zweite Evolutenfläche $\Psi^{\times}$ bestimmt. Es scheint aber bisher noch nicht erkannt worden zu sein, daß diese beiden Schraubflächen Ψ und $\Psi^{\times}$ einander korrelativ entsprechen, nämlich in dem Nullsystem $\mathfrak{N}$, das zu der Ψ erzeugenden Schraubung gehört (Nr. 3). Solche zwei Schraubflächen sind also identisch mit den »polaren Schraubflächen« in meiner oben erwähnten Arbeit und es folgen nun manche Beziehungen zwischen Ψ und $\Psi^{\times}$ unmittelbar, die Bianchi durch längere Rechnungen bewiesen hat. Der analytische Zusammenhang zwischen solchen Schraubflächen ist durch die Legendre'sche Berührungstransformation gegeben; mit ihrer Hilfe erhält man auch den Zusammenhang zwischen den Gleichungen der Meridiankurven. Für die Darlegung der geometrischen Beziehungen zwischen polaren Schraubflächen erweist sich der dem absoluten Kegelschnitt J in dem Nullsystem $\mathfrak{N}$ zugeordnete nullteilige Drehzylinder ι als wertvoll.

Den Hauptgegenstand der weiteren Untersuchungen bilden die Schraubflächen mit einer Schar ebener Krümmungslinien. Man gelangt zu einer solchen Fläche Φ, wenn man auf einem ι doppelt berührenden Zylinder zweiter Ordnung eine Kurve E des zur gegebenen Schraubung $\mathfrak{S}$ gehörigen Gewindes $\mathfrak{G}$ wählt und eine Filarevolvente K von E der Schraubung $\mathfrak{S}$ unterwirft. Die Schar der Kurven K sind die ebenen Krümmungslinien von Φ. E erzeugt bei dieser Schraubung eine Evolutenfläche Ψ von Φ. Sucht man auf jeder Tangente von E zum Berührungspunkt den bezüglich ι konjugierten Punkt, so erhält man eine Kurve, die der zweiten Evolutenfläche $\Psi^{\times}$ angehört. Nach diesen Leitgedanken sind in Nr. 9 die Gleichungen der Schraubflächen Φ sowie ihrer Evolutenflächen abgeleitet. Als Sonderfall erhält man das Bianchi'sche Ergebnis, daß das Schraubtraktroid die einzige (reelle!)

[1] Ricerche sulle superficie elicoidali. Giorn. mat. 17 (1879), p. 9—39.