Ist p eine Primzahl von der Form $1+mn$, g eine primitive Kongruenzwurzel derselben, $r = e^{\frac{2\pi i}{p}}$, so genügt jede ganze rationalzahlige Funktion der Perioden

$$\eta_h = r^{g^h} + r^{g^{h+n}} + \dots + r^{g^{h+p-1-n}} \qquad h = 0, 1, \dots n-1,$$

welche bei der Anordnung

$$\eta_0, \eta_1, \dots \eta_{n-1} \tag{1}$$

zyklisch ist, als Zahl $F(r)$ in (r) gedacht, der Gleichung $F(r^g) = F(r)$ und ist daher eine rationale Zahl. Die Gleichung

$$(x-\eta_0)(x-\eta_1)\dots(x-\eta_{n-1}) = 0$$

hat somit ganzzahlige Koeffizienten und ist bei der Anordnung (1) zyklisch. Ihr Radikand ist

$$(\eta_0 - \eta_1 + \eta_2 - \dots)^2 = \left[\sum \left(\frac{s}{p}\right) r^s\right]^2 = p \qquad s = 1, 2, \dots p-1.$$

Grad $n = \lambda^\pi$, wo λ eine ungerade Primzahl bezeichnet.

Ist p eine Primzahl von der Form $1+mn$, g eine primitive Kongruenzwurzel derselben, $r = e^{\frac{2\pi i}{p}}$, so liegt jede rationalzahlige ganze Funktion der Perioden

$$\eta_h = r^{g^h} + r^{g^{h+n}} + \dots + r^{g^{h+p-1-n}} \qquad h = 0, 1, \dots n-1,$$

welche bei der Anordnung

$$\eta_0, \eta_1, \dots \eta_{n-1}$$

zyklisch ist, in (1). Die Gleichung

$$(x-\eta_0)(x-\eta_1)\dots(x-\eta_{n-1}) = 0 \tag{2}$$

ist demnach ganzzahlig und bei der genannten Anordnung zyklisch. Ihr Radikand

$$R(\alpha) = (\eta_0 + \alpha^{-1}\eta_1 + \dots)^\lambda = [\Sigma\, \alpha^{-h} r^{g^h}]^\lambda \quad h = 0, 1, \dots p-2$$

ist durch p teilbar, auf Grund der Kongruenz

$$R(\alpha) \equiv (\Sigma\, r^{\lambda g^h})^\lambda \equiv -1 \quad (\lambda)$$