Der Satz Kronecker's.

13. Mit Hilfe der Kreisteilung kann in dem Bereich (1) ein System von Urgleichungen aufgestellt werden, deren Wurzeln rational aus Einheitswurzeln hervorgehen. Der Nachweis desselben fällt mit dem Satze Kronecker's zusammen, daß die Wurzeln jeder irreduktibelen rationalzahligen Abelschen Gleichung rational aus Einheitswurzeln zusammensetzbar sind.

Grad 2.

Die Gleichungen 11 (3) haben zu Wurzeln

$$\pm i, \quad \pm\left(e^{\frac{i\pi}{4}} + e^{\frac{-i\pi}{4}}\right)$$

und bei ungeradem p

$$\pm i^{\frac{p-1}{2}} \sum \left(\frac{s}{p}\right) e^{\frac{2s\pi i}{p}} \qquad s = 1, 2, \ldots p-1.$$

Grad $n = 2^{\pi} > 2$.

Drückt man $\cos n u$, $\cos \frac{1}{2} n u$ als ganze Funktionen $f(\cos u)$, $f_1(\cos u)$ von $\cos u$ aus, so ist

$$f(x) = 0$$

eine Gleichung n-ten Grades in (1) mit den Wurzeln

$$x_h = \cos \frac{5^h \pi}{2n} \qquad h = 0, 1, \ldots n-1,$$

welche bei der Anordnung

$$x_0, x_1, \ldots x_{n-1}$$

zyklisch ist und den Radikanden

$$\left[f_1\left(\cos\frac{\pi}{2n}\right) - f_1\left(\cos\frac{5\pi}{2n}\right) + \ldots - f_1\left(\cos\frac{5^{n-1}\pi}{2n}\right)\right]^2 = 2\left(\frac{n}{2}\right)^2$$

hat.