Setzt man

$$\frac{1}{2}(x_1 + x_3) = y_1 \qquad \frac{1}{2}(x_1 - x_3) = z_1$$

$$\frac{1}{2}(x_2 + x_4) = y_2 \qquad \frac{1}{2}(x_2 - x_4) = z_2$$

$$\frac{1}{2}(x_5 + x_7) = y_3 \qquad \frac{1}{2}(x_5 - x_7) = z_3$$

$$\frac{1}{2}(x_6 + x_8) = y_4 \qquad \frac{1}{2}(x_6 - x_8) = z_4,$$

$$z_1^2 + z_2^2 - z_3^2 - z_4^2 = u$$

$$z_1^2 - z_2^2 + z_3^2 - z_4^2 = v$$

$$z_1^2 - z_2^2 - z_3^2 + z_4^2 = w,$$

so gehen z_1, z_2, z_3, z_4 durch die Permutationen a, b, c beziehungsweise in

$$\begin{array}{cccc} z_2 & -z_1 & z_4 & -z_3 \\ z_3 & -z_4 & -z_1 & z_2 \\ -z_4 & -z_3 & z_2 & z_1 \end{array}$$

über. Hieraus erhellt, daß

$$z_1, -z_1, z_2, -z_2, z_3, -z_3, z_4, -z_4 \tag{1}$$

ungleich sind.

Das Produkt $z_1 z_2 z_3 z_4$ verträgt alle Permutationen von Γ und ist eine von Null verschiedene in $\mathfrak{R}$ liegende Größe m.

Ebenso vertragen die Ausdrücke u^2, v^2, w^2 alle Permutationen von Γ. Wenigstens zwei derselben müssen wegen der Ungleichheit der Größen (1) von Null verschieden sein, etwa u^2, v^2. Aus demselben Grunde dürfen $u^2, v^2, u^2 v^2$ keine Quadrate in $\mathfrak{R}$ sein. u, v, uv sind also in $\mathfrak{R}$ unausziehbare Quadratwurzeln $\sqrt{p}, \sqrt{q}, \sqrt{p}\sqrt{q}$.