Die linke Ableitung $\bar{y}'(x)$ gibt zu den ganz entsprechenden Betrachtungen Anlaß und genügt genau denselben Ungleichungen (3). Dividiert man schließlich die zweite Ungleichung (3) durch $x_2 - x_1$ und läßt x_1 gegen $x_2 - 0$ konvergieren, so folgt noch die behauptete Relation $y' \leqq \bar{y}'$.

Aus den bewiesenen Tatsachen ergibt sich sofort die Stetigkeit von y in jedem inneren Punkte von (0, 1). Wir betrachten jetzt y in der Umgebung der Randpunkte und beweisen:

Es existieren die Grenzwerte:

$$\lim_{x=0} y \geqq y(0), \quad \lim_{x=1} y \geqq y(1).$$

Wenn man nämlich in (1) zuerst $x_1 = 0$ setzt, so folgt durch den Grenzübergang $\lim x_2 = 0$:

$$\underline{\lim}_{x=0}\, y \geqq y(0).$$

Läßt man aber zuerst x_1, dann x_2 in (1) gegen Null konvergieren, so folgt:

$$-\overline{\lim}_{x=0}\, y + \underline{\lim}_{x=0}\, y \geqq 0,$$

woraus die Behauptung für den Randpunkt 0 und analog für 1 folgt.

Wir treffen die Verabredung, die Funktionswerte in $x = 0$ und $x = 1$ stets gleich den Grenzwerten anzunehmen und können dann sagen: $y(x)$ ist im abgeschlossenen Intervall 0, 1 stetig.

Nun subtrahieren wir die erste der Ungleichungen (3) von der zweiten, dividieren durch $(x_2 - x_1)^2$ und machen den Grenzübergang $\lim x_2 = x_1 + 0$. Nach einigen Vereinfachungen findet man:

$$x(1-x)\,\overline{D^+}y'(x) + (p-1)(2x-1)\,y'(x) - \\ - p(p-1)\,y(x) \leqq 0. \quad (4)$$

Es ist vielleicht nicht überflüssig, ausdrücklich zu betonen, daß $y'(x)$ nicht stetig zu sein braucht.