

ihr zugänglichen Variationsproblems verwendet wird. Es folgt eine Anwendung auf die Theorie der konvexen Körper, welche eigentlich den Anstoß zur ganzen Untersuchung gegeben hat. Bei dieser Gelegenheit wird noch auf eine mit dem Gegenstande der Arbeit weiter nicht zusammenhängende Vereinfachung des Beweises von Minkowski für den n -dimensionalen Brunn'schen Satz hingewiesen.

I. Die konvexen Funktionen p -ter Stufe und ihre Integraldarstellung.

Wir betrachten eine im Intervall $0 \leq x \leq 1$ erklärte, nicht negative reelle Funktion $y(x)$. Dieselbe heiße konvex p -ter Stufe ($p \geq 1$) bezüglich ihres Definitionsintervalls, wenn für alle Wertetripel x_1, x_2, x_3 , für welche $0 \leq x_1 < x_2 < x_3 \leq 1$, die Ungleichung gilt:

$$\begin{vmatrix} y(x_1) & x_1^p & (1-x_1)^p \\ y(x_2) & x_2^p & (1-x_2)^p \\ y(x_3) & x_3^p & (1-x_3)^p \end{vmatrix} \geq 0, \quad (1)$$

welche besagt, daß zwischen x_1 und x_3 beständig

$$y(x) \geq c_1 x^p + c_2 (1-x)^p,$$

wenn c_1 und c_2 den Bedingungen

$$y(x_1) = c_1 x_1^p + c_2 (1-x_1)^p, \quad y(x_3) = c_1 x_3^p + c_2 (1-x_3)^p$$

gemäß bestimmt werden.

Unter der Potenz a^p einer Größe $a \geq 0$ ist hier und im folgenden durchaus der nicht negative reelle Wert zu verstehen.

Wir beweisen zuerst:

$y(x)$ besitzt in jedem inneren Punkte von $(0, 1)$ eine rechte Ableitung $y'(x)$ und eine linke $\bar{y}'(x)$. Beide sind in jedem innerhalb $(0, 1)$ gelegenen Intervall beschränkt und es ist stets $\bar{y}'(x) \geq y'(x)$.

Es wird genügen, den Existenzbeweis für die rechte Ableitung $y'(x)$ zu geben.