Durch partielle Integration formen wir dies zunächst folgendermaßen um:

$$\eta = \frac{1}{m(S)}\left[Y m(S) - \int_0^S m(s)\,dy\right].$$

Daraus, daß $y(s)$ fast überall[1] eine Ableitung hat, deren Betrag ebenso wie der des Differenzenquotienten den Wert 1 nicht übersteigt, kann man leicht folgern, daß die Funktion:

$$\varphi(s) = \int_0^s m(s)\,dy$$

ebenfalls fast überall die Ableitung $m(s).y'$ besitzt und daß η auch durch:

$$\eta = Y - \frac{1}{m(S)}\int_0^S m(s)\,y'(s)\,ds$$

erklärt werden kann.[2]

Wir stellen nun folgendes Minimalproblem:

Unter allen möglichen Lagen des Fadens ist jene zu ermitteln, welche die kleinste Schwerpunktsordinate ergibt, für welche also das Integral

$$\int_0^S m(s)\,y'(s)\,ds$$

den größten Wert hat.

Dieses Integral soll im folgenden als das kritische Integral bezeichnet werden.

2. Die Extremalen.

Macht man über $m(s)$ und die zulässigen Kurven die nötigen Stetigkeits- und Differentiierbarkeitsannahmen, so hat man es mit einem gewöhnlichen »Lagrange'schen Problem« der Variationsrechnung zu tun. Das zu einem Extrem zu

---

[1] Fast überall = für alle s zwischen 0 und S mit Ausnahme einer Menge vom Lebesgue'schen Inhalte Null.

[2] Hier wie im folgenden durchwegs sind die Integrale im Lebesgue-schen Sinne zu verstehen.