3. Satz: Das Kontinuum läßt sich in $c = \aleph_\mu$ im L. Sinne nichtmeßbare Mengen spalten.

Beweis: Aus dem zweiten Satze folgt unmittelbar, daß der äußere Inhalt der Menge S_1 auf der Strecke $\overline{0-1}$ gleich Eins ist. Es ist also der äußere Inhalt der Menge S_1 auf jeder Strecke δ, welche ganz auf der Strecke $\overline{0-1}$ liegt, gleich δ. Wir bezeichnen jetzt die Teilmenge der Menge S_1, welche auf der Strecke $\overline{0-\frac{1}{4}}$ enthalten ist, und dort, wie wir gesehen haben, die Mächtigkeit des Kontinuums besitzt, mit $S^{(1)}$. Wir ordnen jetzt die Zahlen der Menge $S^{(1)}$ wieder nach dem Typus Ω_μ, es sei also:

$$S^{(1)} = \{b_1, b_2, \ldots, b_n, \ldots b_\omega, \ldots b_\varkappa, \ldots b_\lambda, \ldots\} (\varkappa, \lambda < \Omega_\mu).$$

Die Mengen

$$S_1^{(2b_1)},\ S_1^{(2b_2)}, \ldots\ S_1^{(2b_n)}, \ldots\ S_1^{(2b_\omega)}, \ldots\ S_1^{(2b_\varkappa)}, \ldots\ S_1^{(2b_\lambda)}, \ldots$$

haben, wie wir gesehen haben, keinen Punkt miteinander gemeinsam und sind alle auf den Strecken, wo sie enthalten sind, vom äußeren Inhalt gleich Eins, da durch eine Translation der äußere Inhalt einer Menge nicht geändert wird. Auf der Strecke $\overline{\frac{1}{2}-1}$ sind alle diese Mengen, wie man ohne weiteres einsehen kann, enthalten, also alle vom äußeren Inhalt $\frac{1}{2}$ auf der Strecke $\overline{\frac{1}{2}-1}$.

Bezeichnen wir die Komplementärmenge aller Menge

$$S_1^{(2b_1)}, S_1^{(2b_2)}, \ldots\ S_1^{(2b_n)}, \ldots\ S_1^{(2b_\omega)}, \ldots\ S_1^{(2b_\lambda)}, \ldots$$

in bezug auf die Strecke $\overline{\frac{1}{2}-1}$ mit S_0; die Menge $S_0 + S_1^{(2b_1)}$ mit $S_{1,0}^{(2b_1)}$ und dieselbe Menge auf der Strecke $\overline{\frac{1}{2}-1}$ mit R_1. Analog bezeichnen wir die Menge $S_1^{(2b_\lambda)}$ auf der Strecke $\overline{\frac{1}{2}-1}$ mit R_λ, so haben wir eine Menge H von Mengen:

$$R_1, R_2, \ldots\ R_n, \ldots\ R_\omega, \ldots\ R_\lambda, \ldots \qquad \lambda < \Omega_\mu.$$