Die Menge $P^{(3)}_{(1)}$ existiert sicher, weil die Menge A_3 abzählbar ist.

Allgemein, ist λ irgendeine Ordnungszahl der Menge Δ_μ, also $\lambda < \Omega_\mu$, und haben wir die Elemente $a_1, a_2, a_3, \ldots a_\omega, \ldots a_\gamma, \ldots a_\lambda$ schon bereits herausgegriffen, so bilden wir das Element $a_{\lambda+1}$ folgendermaßen: Wir bezeichnen mit $A_{\lambda+1}$ die Menge aller Zahlen x, welche von der Form

$$x = \alpha a_1 + \beta a_2 + \gamma a_3 + \ldots + \varepsilon a_\gamma + \eta a_\lambda$$

sind, wo die Zahlen $\alpha, \beta, \gamma, \ldots \eta$ rational sind, aber nur endlich viele von ihnen in jedem einzelnen Falle von Null verschieden sind. Die Menge $A_{\lambda+1}$ ist jedenfalls von einer Mächtigkeit, welche kleiner als die Mächtigkeit des Kontinuums ist. In der Tat, es sei $\aleph_\rho$ die Mächtigkeit der Menge $a_1, a_2, \ldots a_\gamma, \ldots a_\lambda$, so ist jedenfalls, da $\lambda < \Omega_\mu$ ist, $\aleph_\rho < \aleph_\mu$. Andrerseits ist die Menge $A_{\lambda+1}$ von der Mächtigkeit

$$\aleph_0 \aleph_\rho + \aleph_0 \aleph_\rho^2 + \ldots + \aleph_0 \aleph_\rho^n + \ldots,$$

also gleich $\aleph_\rho$.

Wir bilden jetzt die Menge $P^{(\lambda+1)}_{(1)}$, wo

$$P^{(\lambda+1)}_{(1)} = P^{(\lambda+1)} - D(P^{(\lambda+1)}, A_{\lambda+1})$$

ist.

Die Menge $P^{(\lambda+1)}_{(1)}$ existiert sicher und ist von der Mächtigkeit $\aleph_\mu - \aleph_\rho$, also $\aleph_\mu$, d. i. von der Mächtigkeit des Kontinuums. Das erste Element in der Menge N, welches in der Menge $P^{(\lambda+1)}_{(1)}$ enthalten ist, sei das Element $a_{\lambda+1}$.

Wir haben also jeder Ordnungszahl λ der Menge Δ_μ[1] eine Zahl a_λ zugeordnet. Die Gesamtheit der auf diese Art konstruierten Zahlen bezeichnen wir mit S_1.

Die Menge S_1 ist von der Mächtigkeit des Kontinuums; in der Tat entspricht jeder Ordnungszahl λ der Menge Δ_μ eine Zahl a_λ der Menge S_1 und ist $\lambda \neq \varkappa$, so ist $a_\lambda \neq a_\varkappa$.

---

1 Den Limeszahlen ordnet man auf dieselbe Weise Zahlen. In der Tat, ist λ irgendeine Limeszahl, so bildet man zuerst die Menge A_λ, und dann die Menge $P^{(\lambda)} - D(P^{(\lambda)}, A_\lambda)$. Das erste Element in der Menge N, welches in der Menge $P^{(\lambda)}_{(1)} = P^{(\lambda)} - D(P^{(\lambda)}, A_\lambda)$ enthalten ist, sei dann das Element a_λ.