ein Punkt von ihr auf jeder perfekten Menge existiert, hat den äußeren Inhalt (im L. Sinne) gleich 1.

Beweis: In der Tat, wäre $I_a(M) = \delta < 1$, so wäre $I_i\{C(M)\} = 1 - \delta > 0$. Es existierte also eine perfekte Menge P vom Inhalt $0 < \delta' < 1 - \delta$ von der Eigenschaft, daß sie ganz in der Menge $C(M)$ enthalten wäre. Auf der Menge P könnte also kein Punkt der Menge M enthalten sein, was gegen die Voraussetzung ist. Es muß also $I_a(M) = 1$ sein.

Nachdem wir die Sätze (1) und (2) bewiesen haben, wollen wir eine Menge S_1 konstruieren, und zwar folgendermaßen:

Wir bilden die Menge aller Punkte der Strecke $\overline{0-1}$ auf die Menge Δ_μ vom Ordnungstypus Ω_μ, wo Ω_μ eine Anfangszahl der Mächtigkeit $\aleph_\mu$ ist, eineindeutig ab. Es sei also

$$x_\lambda = \Phi(\lambda)$$

diese Abbildungsfunktion, wo x_λ alle Zahlen zwischen $\overline{0-1}$ und λ alle Ordnungszahlen der Menge Δ_μ durchläuft. Da die Menge aller perfekten Mengen, welche auf der Strecke $\overline{0-1}$ liegen, auch von der Mächtigkeit des Kontinuums ist, so läßt sich auch die Menge aller perfekten Mengen eineindeutig auf die Menge Δ_μ abbilden. Wir bezeichnen einfach eine perfekte Menge, welche der Ordnungszahl λ entspricht und auf der Strecke $\overline{0-1}$ liegt, mit $P^{(\lambda)}$ und verfahren jetzt folgendermaßen:

Es sei N die Menge aller nach dem Typus Ω_μ geordneten Punkte der Einheitsstrecke. Die Menge $P^{(1)}$ ist also in der Menge N enthalten; es sei a_1 das erste Element der Menge, welches in der Menge $P^{(1)}$ enthalten ist. Bezeichnen wir jetzt mit A_2 die Menge aller Zahlen von der Form αa_1, wo α irgendeine rationale Zahl ist, und mit $P^{(2)}_{(1)}$ die Menge

$$P^{(2)} - D(P^{(2)}, A_2).$$

Die Menge $P^{(2)}_{(1)}$ existiert sicher, weil die Menge A_2 abzählbar ist. Die Menge $P^{(2)}_{(1)}$ ist in der Menge N enthalten, es sei a_2 das erste Element der Menge N, welches in der Menge $P^{(2)}_{(1)}$ enthalten ist. Wir bezeichnen jetzt mit A_3 die Menge aller Zahlen von der Form $\alpha a_1 + \beta a_2$, wo α und β rationale Zahlen sind, und mit $P^{(3)}_{(1)}$ die Menge

$$P^{(3)} - D(P^{(3)}, A_3).$$