$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{v} &= v_x \mathfrak{i} + v_y \mathfrak{j}, \\ \mathfrak{w} &= w_x \mathfrak{i} + w_y \mathfrak{j}, \end{aligned}\right\} \quad (2)$$

wobei $\mathfrak{i}$ und $\mathfrak{j}$ die Einheiten der Nord- und Ostkomponente sind, v_x, v_y, w_x, w_y sowohl positiv als negativ sein können.

Da $\mathfrak{v}'$ aus $\mathfrak{v}$ durch Änderung im Verhältnisse $1 : k$ hervorgeht, ist

$$\mathfrak{v}' = k v_x \mathfrak{i} + k v_y \mathfrak{j}$$

und unsere Forderung (1) läßt sich umformen in

$$\Sigma\,[(w_x - k v_x)\,\mathfrak{i} + (w_y - k v_y)\,\mathfrak{j}]^2 = \text{Minimum}$$

oder, weil $\mathfrak{i}^2 = \mathfrak{j}^2 = 1$, $\mathfrak{i}\,\mathfrak{j} = 0$ ist,

$$\Sigma\,[(w_x - k v_x)^2 + (w_y - k v_y)^2] = \text{Minimum}. \quad (3)$$

Da die Bedingung (3) keine Vektoren mehr enthält, dürfen wir die gewöhnlichen Regeln der Differentialrechnung anwenden, nach welchem die Summe (3) nur dann ein Minimum sein kann, wenn ihre Ableitung nach k gleich Null ist. Wir finden somit

$$\Sigma\,[v_x (w_x - k v_x) + v_y (w_y - k v_y)] = 0$$

$$k = \frac{\Sigma\, v_x w_x + \Sigma\, v_y w_y}{\Sigma\, v_x^2 + \Sigma\, v_y^2} = \frac{\Sigma\, v_x w_x + \Sigma\, v_y w_y}{\Sigma\, v^2} \quad \text{oder} \quad (4)$$

$$k = \frac{\Sigma\,(v_x \mathfrak{i} + v_y \mathfrak{j})\,(w_x \mathfrak{i} + w_y \mathfrak{j})}{\Sigma\,(v_x \mathfrak{i} + w_y \mathfrak{j})^2} = \frac{\Sigma\, \mathfrak{v}\mathfrak{w}}{\Sigma\, \mathfrak{v}^2}. \quad (5)$$

Die Untersuchung des zweiten Differentialquotienten zeigt, daß dieser Wert k in (3) eingesetzt, wirklich ein Minimum, nicht etwa ein Maximum liefert. Unbestimmt wird die Lösung nur, wenn sich aus (4) oder (5) $k = \frac{0}{0}$ ergibt. Der Nenner von (4) oder (5) kann aber nur Null werden, wenn alle einzelnen Vektoren $\mathfrak{v}$ Null sind.

Daß sich der Wert, welcher für k aus (4) erhalten wird, nicht ändert, wenn man die Vektoren $\mathfrak{v}$ und $\mathfrak{w}$ statt in Nord- und Ostkomponenten in Komponenten parallel den Achsen eines beliebigen rechtwinkeligen Koordinatensystems zerlegt,