

$$\frac{d^2\Phi_0}{d\rho^2} - \frac{1}{\rho} \frac{d\Phi_0}{d\rho} - m\rho^2\Phi_0 = 0$$

und das gesuchte Integral hat die Form:

$$\Phi_0 = \rho^2 + \frac{m}{2^2 \cdot 3!} \rho^6 + \frac{m^2}{2^4 \cdot 5!} \rho^{10} + \dots$$

Ferner bestimmt sich die Funktion  $\Phi_1$  durch die Differentialgleichung

$$\frac{d^2\Phi_1}{d\rho^2} - \frac{1}{\rho} \frac{d\Phi_1}{d\rho} - m\rho^2\Phi_1 + \Phi_0 = 0$$

und das gesuchte Integral hat die Form:

$$\Phi_1 = - \left( \frac{1}{2^2 \cdot 2!} \rho^4 + \frac{4}{3} \frac{m}{2^4 \cdot 4!} \rho^8 + \dots \right)$$

Analog bestimmen sich die übrigen Funktionen  $\Phi_2, \Phi_3 \dots$

Daher erhält man die gesuchten Eigenwerte  $\kappa_n$  als Wurzeln der Gleichung:

$$\Phi_0(r) + \kappa\Phi_1(r) + \kappa^2\Phi_2(r) + \dots = 0. \quad a)$$

Aus der Form der Turbulenzgleichung erkennt man, daß sämtliche Wurzeln  $\kappa_n$  einen positiv reellen Bestandteil haben. Es sei nun zunächst  $\alpha$  reell. Soll dann bei bestimmten Werten der  $\alpha^2, m$  ein Eigenwert  $\lambda_n$  negativ werden, so kann dies nur der kleinste sein, und zwar findet das Negativwerden des kleinsten Eigenwertes  $\lambda_1$  statt, wenn die Gleichung erfüllt ist:

$$\alpha^2 + mr^2 = \kappa_1.$$

Demnach handelt es sich um die Berechnung des kleinsten Eigenwertes  $\kappa_1$ . Aus Gleichung *a*) läßt sich  $\kappa_1$  mit beliebiger Annäherung berechnen. In erster Annäherung ergibt sich z. B.:

$$\kappa_1 = - \frac{\Phi_0(r)}{\Phi_1(r)}.$$

Führt man an Stelle der Konstanten  $c$  die mittlere Geschwindigkeit  $v$  der Laminarströmung ein, welche mit  $c$  in dem Zusammenhang steht:

$$v = \frac{cr^2}{8},$$