Die Funktion $\varphi(\rho)$ erfülle die Differentialgleichung

$$\frac{d^2\varphi}{d\rho^2} - \frac{1}{\rho}\frac{d\varphi}{d\rho} + \left(\alpha^2 + \frac{\alpha}{\nu} u_0\right)\varphi = 0.$$

Da die gesuchte Wirbelverteilung Σ im ganzen Innern der Flüssigkeit endlich sein soll, muß X und daher auch f mit ρ zugleich verschwinden, und zwar mindestens wie die erste Potenz von ρ. Dieselbe Bedingung hat daher auch die Funktion $\varphi(\rho)$ zu erfüllen; außerdem sei ihr noch die Bedingung auferlegt:

$$\varphi(r) = 1.$$

Diese Aufgabe läßt sich lösen, wenn nicht zufällig α einen solchen Wert hat, der $\varphi(\rho)$ an der Stelle $\rho = r$ verschwinden läßt. Wir wollen annehmen, daß ein solcher Wert für α ausgeschlossen sei.

Weiters genüge die Funktion $F(\rho, t)$ der Differentialgleichung

$$\frac{\partial F}{\partial t} = \nu\left[\frac{\partial^2 F}{\partial \rho^2} - \frac{1}{\rho}\frac{\partial F}{\partial \rho} + \left(\alpha^2 + \frac{\alpha}{\nu} u_0\right) F\right]$$

unter den Bedingungen:

$$\begin{aligned} F &= -\varphi(\rho) \quad \text{für } t = 0,\ \rho < r \\ F &= 0 \qquad\quad \text{für } t \geqq 0,\ \rho = r. \end{aligned}$$

Die letztere Aufgabe wird in bekannter Weise gelöst durch den Ansatz:

$$F(\rho, t) = g(t)\Phi(\rho)$$

und die Funktionen $g(t)$ und $\Phi(\rho)$ haben den Differentialgleichungen zu genügen.

$$\frac{dg}{dt} + \lambda\nu g = 0$$

$$\frac{d^2\Phi}{d\rho^2} - \frac{1}{\rho}\frac{d\Phi}{d\rho} + \left[\lambda + \alpha^2 + \frac{\alpha}{\nu} u_0\right)\Phi = 0,$$

in denen λ eine noch zu bestimmende Konstante bedeutet, und zwar ist für $\Phi(\rho)$ eine solche Lösung der Differentialgleichung zu suchen, welche für $\rho = 0$ verschwindet, min-