Strecke (m', m'') von M die Gesamtheit jener Elemente m von M verstanden werden,[1] die in der Anordnung $m' < m < m''$ liegen, so daß also die Elemente m' und m'' selbst nicht zur Strecke (m', m'') gehören; doch soll — was sich für die Ausdrucksweise als günstig erweist — hiervon eine Ausnahme gemacht werden, wenn m' das Anfangselement oder m'' das Endelement von M ist, insoferne dann das Anfangselement m', beziehungsweise das Endelement m'' mit zur Strecke (m', m'') gerechnet wird. Fügt man m' und m'' zur Strecke (m', m'') hinzu, so entstehe das »Intervall« $< m', m'' >$. Wie Haar und König gezeigt haben, gilt für M das Borel'sche Theorem in der Form: Ist jedem Elemente m von M eine es enthaltende Strecke (m', m'') zugeordnet, so gibt es unter diesen Strecken eine endliche Anzahl, derart, daß jedes Element von M in einer dieser endlich vielen Strecken enthalten ist.

Ist N ein Teil von M, so bezeichnen wir ein Element m von M als Häufungselement von N, wenn jede m enthaltende Strecke (m', m'') von M unendlich viele Elemente von N enthält. Aus dem Borel'schen Theorem folgt unmittelbar das Bolzano'sche, daß jeder unendliche Teil N von M mindestens ein Häufungselement besitzt. Ein Element n von N, das nicht auch Häufungselement von N ist, heißt ein isoliertes Element von N. Enthält die Menge N alle ihre Häufungselemente, so heißt sie abgeschlossen, ist keines ihrer Elemente isoliert, so heißt sie in sich dicht, ist sie in sich dicht und abgeschlossen, heißt sie perfekt. Diese Termini »isoliert«, »abgeschlossen«, »in sich dicht«, »perfekt« drücken Beziehungen der Menge N zur Menge M aus und sind nicht Aussagen über den Ordnungstypus von N; es kann z. B. N von abgeschlossenem Ordnungstypus sein, ohne im eben genannten Sinne abgeschlossen zu sein.[2] Endlich heiße ein Teil R von M »in M dicht«, wenn jede ein Element von M enthaltende Strecke von M auch ein Element von R enthält.

---

[1] Dies ist die Terminologie von F. Hausdorff, Math. Ann., *65*, p. 439.

[2] Haar und König sagen statt abgeschlossen: »in M abgeschlossen« oder »relativ abgeschlossen«, statt von abgeschlossenem Ordnungstypus: »in sich abgeschlossen« oder »absolut abgeschlossen«.