

Was das Cantor-Bendixson'sche Theorem selbst anlangt, so läßt sich als Analogon des Satzes, daß für eine lineare Punktmenge die ω_1 te Ableitung Null oder perfekt ist, hier zeigen, daß in einer Menge M von abgeschlossenem Ordnungstypus, in der es keine ω_2 -Reihen und ω_2^* -Reihen gibt (ω_2 eine reguläre Anfangszahl), für jede ihrer Teilmengen die ω_2 te Ableitung Null oder perfekt ist. Für Punktmenge besagt nun aber das Cantor-Bendixson'sche Theorem weiter, daß auch schon für ein $\alpha < \omega_1$ die α te Ableitung Null oder perfekt ist; wir zeigen demgegenüber, daß für die Teilmengen der eben genannten Menge M ein Analogon hierzu nicht gilt: es kann die ω_2 te Ableitung die erste perfekte Ableitung sein. Dieses Analogon läßt sich erst beweisen, wenn man die vorhin über die Menge M gemachte Voraussetzung durch die folgende, auch bei Haar und König auftretende ersetzt: es gibt eine in M dichte Teilmenge von M der Mächtigkeit \aleph_1 . Dann kann man zeigen, daß für jede Teilmenge von M bereits für ein $\alpha < \omega_{\tau+1}$ die α te Ableitung Null oder perfekt ist.

Was weiter die Theorie der Kohärenzen anlangt, so hat G. Cantor bekanntlich gezeigt, daß bei jeder linearen Punktmenge die ω_1 te Kohärenz Null oder in sich dicht wird und daß dies stets auch schon für ein $\alpha < \omega_1$ eintritt. Das Analogon hierzu läßt sich unter der zuletzt über M gemachten Voraussetzung wieder allgemein für alle Teilmengen von M beweisen (wobei wieder $\omega_{\tau+1}$ an Stelle von ω_1 tritt), während unter der bloßen Voraussetzung, es gäbe in M keine ω_2 -Reihen und ω_2^* -Reihen, für die Teilmengen von M nicht einmal die ω_2 te Kohärenz Null oder in sich dicht sein muß.

Wir legen dem Folgenden eine einfach geordnete Menge M von abgeschlossenem Ordnungstypus¹ zugrunde. Alle Mengen, die wir im folgenden betrachten, sind Teilmengen (oder wie wir statt dessen kürzer sagen wollen: »Teile«) von M , ihre Elemente sind so geordnet zu denken, wie sie in M geordnet sind. Sind m' und m'' Elemente von M , so soll unter der

¹ Die Menge M heißt, in Abweichung von Cantor's Terminologie, von abgeschlossenem Ordnungstypus, wenn sie ein erstes und letztes Element besitzt und keine Lücke aufweist.