

und

$$\frac{d^2 \delta A}{dt^2} = \sum_i X_i \delta x_i. \quad (16)$$

Subtrahiert man Gleichung (16) von Gleichung (15) und integriert die Differenz zwischen festen, aber beliebigen Zeitgrenzen t_1 und t_2 , für welche, wie schon oben angedeutet, die Festsetzung

$$(\delta \dot{x}_i)_{t_1} = (\delta \dot{x}_i)_{t_2} = 0 \quad i = 1, 2, 3, \dots, 3n \quad (V)$$

gemacht wird, so erhält man

$$\int_{t_1}^{t_2} \left(\delta \frac{d^2 L}{dt^2} - \frac{d^2 \delta A}{dt^2} \right) dt = \int_{t_1}^{t_2} \sum_i \left(2m_i \dot{x}_i \delta \dot{x}_i + m_i \ddot{x}_i \frac{d \delta x_i}{dt} - X_i \delta x_i \right) dt. \quad (17)$$

Integriert man das zweite Glied rechts mit Hilfe der partiellen Integration, so ergibt es

$$\left| \sum_i m_i \dot{x}_i \delta x_i \right|_{t_1}^{t_2} - \int_{t_1}^{t_2} \sum_i m_i \ddot{x}_i \delta x_i dt.$$

Die erste Summe ist zufolge der Bedingung (V) gleich Null; mithin erhält man

$$\int_{t_1}^{t_2} \left(\delta \frac{d^2 L}{dt^2} - \frac{d^2 \delta A}{dt^2} \right) dt = \int_{t_1}^{t_2} \sum_i (m_i \ddot{x}_i - X_i) \delta x_i dt. \quad (VI)$$

Diese ist die gesuchte Identität. Sie zeigt die vollkommene Äquivalenz des durch Nullsetzung der linken Seite entstehenden Prinzips

$$\int_{t_1}^{t_2} \left(\delta \frac{d^2 L}{dt^2} - \frac{d^2 \delta A}{dt^2} \right) dt = 0 \quad (VII)$$

mit dem Gauß'schen Prinzip des kleinsten Zwanges für die hier gemachten Voraussetzungen. Dazu bedarf es des Nachweises, daß aus dem Gauß'schen Prinzip das Prinzip Gleichung (VII) folgt und umgekehrt. Der erste Teil dieses