

errechnen kann, in denen die Zusatzfunktionen  $o(x)$  und  $o'(x)$  von geringerer Bedeutung sind und der Bedingung

$$\lim_{x=\infty} \frac{o(x)}{x} = \lim_{x=\infty} \frac{o'(x)}{x} = 0$$

genügen.<sup>1</sup>

Verbesserungen derselben lassen sich durch Verwendung von Aggregaten  $U_m(x) = \sum a_i T\left(\frac{x}{i}\right)$  erhoffen, in denen alle  $\phi$  von  $\phi\left(\frac{x}{2}\right)$  bis  $\phi\left(\frac{x}{m-1}\right)$  wegfallen und  $m$  möglichst groß zu wählen ist. Die Bedingung hierfür ist

$$a_i = \mu(i) \quad i = 1, 2, 3, \dots, m-1,$$

wo  $\mu(i)$  die Mertens'sche Funktion ist, und kann in übersichtlicher Weise durch Addition geeigneter  $u_k(x)$  zu  $u_1(x) = U_2(x)$  erfüllt werden. Hierbei bleibt außerdem die Relation 2) erhalten. So kann man der Reihe nach die Aggregate

$$U_2(x) = u_1(x) = (1; 2, 2)^1$$

$$U_5(x) = u_1(x) + u_2(x) = (1; 2, 3, 6)^2$$

$$U_6(x) = U_5(x) - u_5(x) = (1, 30; 2, 3, 5)^3$$

$$U_{10}(x) = U_6(x) + u_6(x) = (1, 6, 30; 2, 3, 5, 7, 42)$$

$$U_{13}(x) = U_{10}(x) + u_{10}(x) = (1, 6, 10, 30; 2, 3, 5, 7, 11, 42, 110)$$

zur Berechnung der Grenzen von  $\phi(x)$  verwenden. Die Resultate sind in der ersten, zweiten, fünften, sechsten und achten Zeile der Tabelle 1 verzeichnet. Hierin bedeuten  $E_0$  und  $F_0$  die Koeffizienten von  $x$  in den Grenzen für  $\phi(x)$ , die man gleich beim ersten Schritt ohne Abschätzung von überflüssigen Gliedern  $\phi$  erhält, während  $E$  und  $F$  durch Abschätzung sämtlicher hierbei brauchbaren  $\phi$  und Durchführung der Sylvester-

<sup>1</sup> Dieses Aggregat gebraucht Sylvester in »On Tchebycheff's Theory of the Totality of the Prime Numbers comprised within given Limits« (Amer. Journ. of Math., Vol. 4, 1881), p. 246, Arithm. Ser., p. 90.

<sup>2</sup> Sylvester, Tcheb. Theor., p. 243.  $E$  und  $F$  der Tabelle 1 berechnete ich.

<sup>3</sup> Tschebyschef's Aggregat, der nur  $E_0$  und  $F_0$  angab.  $E$  und  $F$  errechnet Sylvester (Tcheb. Theor., p. 241; hierzu vgl. die Berichtigung in Arithm. Ser., p. 98).