Prinzip tatsächlich in der Mitte steht, nicht nur was seine Form, sondern auch was die Nebenbedingungen für die Variationen betrifft; denn zu der im Falle I) gültigen Voraussetzung $\delta t = 0$ tritt im Falle II) noch die weitere Bedingung $\delta x_r = \delta y_r = \delta z_r = 0$, während im Falle III) außerdem auch noch $\delta \dot{x}_r = \delta \dot{y}_r = \delta \dot{z}_r = 0$ bleibt.

Die Verwandtschaft dieser drei Variationsprinzipe geht aber noch weiter. Differenziert man nämlich das Prinzip von d'Alembert (I) einmal vollständig nach der Zeit, so ergibt sich unter Weglassung des Summenzeichens:

$$\frac{d\ddot{x}}{dt}\delta x + \ddot{x}\frac{d\delta x}{dt} + \frac{d\ddot{y}}{dt}\delta y + \ddot{y}\frac{d\delta y}{dt} + \ldots =$$

$$= \frac{dX}{dt}\delta x + X\frac{d\delta x}{dt} + \ldots \qquad 1)$$

und, wenn nun nach der Differentiation $\delta t = 0$, $\delta x = \delta y = \delta z = 0$ gesetzt wird, so erhält man, weil $\frac{d\delta x}{dt} = \delta\frac{dx}{dt} = \delta\dot{x}$ ist,

$$\ddot{x}\delta_1\dot{x} + \ddot{y}\delta_1\dot{y} + \ldots = X\delta_1\dot{x} + Y\delta_1\dot{y} + \ldots, \qquad 2)$$

wobei der Index 1 wieder, wie früher, andeuten soll, daß die angegebenen Nebenbedingungen zu beachten sind. Auf ganz gleiche Weise ergibt sich aus dieser Gleichung 2), welche das Jourdain'sche Prinzip für einen materiellen Punkt darstellt, durch nochmalige vollständige Differentiation nach der Zeit:

$$\frac{d\ddot{x}}{dt}\delta_1\dot{x} + \ddot{x}\frac{d\delta_1\dot{x}}{dt} + \ldots = \frac{dX}{dt}\delta_1\dot{x} + X\frac{d\delta_1\dot{x}}{dt} + \ldots \qquad 2')$$

Setzt man nachträglich außer $\delta_1 t = 0$, $\delta_1 x = \delta_1 y = \ldots = 0$ auch $\delta_1\dot{x} = \delta_1\dot{y} = \ldots = 0$, was wir kurz durch den Index 2 andeuten, so folgt daraus, weil wieder $\frac{d\delta\dot{x}}{dt} = \delta\frac{d\dot{x}}{dt} = \delta\ddot{x}$ ist,

$$\ddot{x}\delta_2\ddot{x} + \ddot{y}\delta_2\ddot{y} + \ldots = X\delta_2\ddot{x} + Y\delta_2\ddot{y} + \ldots, \qquad 3)$$

das Prinzip von Gauß.

Es geht also das Jourdainsche Prinzip durch einmalige, das von Gauß durch zweimalige vollständige Differentiation