Es seien $g_1, g_2, \ldots g_n$ feste Zahlen, ebenso $l_1, l_2, \ldots l_n$, und unter diesen heiße die größte l. Wir bilden die Funktionen:

$$\psi_i\left(\frac{x_i - \xi_i}{k_i}\right) = g_i, \quad \text{wenn } -\frac{l_i}{2} \leqq \frac{x_i - \xi_i}{k_i} \leqq \frac{l_i}{2} \text{ ist,}$$

und

$$\psi_i\left(\frac{x_i - \xi_i}{k_i}\right) = 0, \quad \text{wenn } \left|\frac{x_i - \xi_i}{k_i}\right| > \frac{l_i}{2} \text{ ist.}$$

Dann existiert das Integral

$$\Phi(\xi_1, \xi_2, \ldots \xi_n, k_1, k_2, \ldots k_n) =$$

$$= \frac{1}{\prod\limits_{i=1}^{n} k_i g_i l_i} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \cdots \int_{-\infty}^{+\infty} f(x_1, x_2, \ldots x_n) \cdot$$

$$\cdot \prod_{i=1}^{n} \left[\psi_i\left(\frac{x_i - \xi_i}{k_i}\right)\right] dx_1\, dx_2 \ldots dx_n$$

und es ist

$$f(\xi_1, \xi_2, \ldots \xi_n) = \lim_{k_i = 0} \Phi(\xi_1, \xi_2, \ldots \xi_n, k_1, k_2, \ldots k_n).$$

Dieser Satz ist als eine Umformung eines Satzes von Weierstraß anzusehen.[1] Der Satz soll dadurch für unsere Zwecke geeignet gemacht werden.

Die Existenz des Integrals leuchtet sofort ein.

Wir setzen, um auch die andere Behauptung zu erweisen:

$$\frac{x_i - \xi_i}{k_i} = t_i, \quad x_i = \xi_i + k_i t_i,$$

dann wird:

$$\Phi = \frac{1}{\Pi g_i l_i} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \cdots \int_{-\infty}^{+\infty} f(\xi_1 + k_1 t_1, \ldots \xi_n + k_n t_n) \cdot$$

$$\cdot \Pi [\psi_i(t_i)]\, dt_1 dt_2 \ldots dt_n$$

$$= \frac{1}{\Pi g_i l_i} \int_{-\infty}^{+\infty} \cdots \int_{-\infty}^{+\infty} \prod_{i=1}^{n-1} [\psi_i(t_i)]\, dt_1 \ldots dt_{n-1} \cdot$$

$$\cdot \int_{-\infty}^{+\infty} f(\xi_1 + k_1 t_1, \ldots) \psi_n(t_n)\, dt_n.$$

---

[1] Berliner Sitzungsberichte 1885; vgl. Borel, *Leçons sur les fonctions des Variables réelles*, p. 50 ff.