und nach III_1:

$$\sum_{k=1}^{m_i} p_i^{(k)} x_i^{(k)} = a, \tag{3}$$

$$i = 1, 2, 3, \ldots n.$$

Jetzt ist $f(x_1, x_2, \ldots x_n)$ aus der Funktionalgleichung (1) mit den Bedingungen (2) und (3) zu bestimmen.

Wir fassen das Problem sogleich etwas allgemeiner, um die Lösung auch im Falle vermittelnder Beobachtungen benützen zu können, wir ersetzen nämlich (3) durch die Bedingung

$$\sum_{k=1}^{m_i} p_i^{(k)} x_i^{(k)} = c_i,$$

wo wir uns unter den c_i Größen von derselben Natur wie a denken, d. h. solche, die bei der Änderung der Einheit E des Maßstabes in $\varkappa E$ selbst in $\varkappa c_i$ übergehen.

Wir setzen[1] in jeder der Folgen:

$$p_i^{(1)}, p_i^{(2)}, \ldots p_i^{(m_i)}$$

die Werte

$$p_i^{(3)} = p_i^{(4)} = \ldots = p_i^{(m_i)} = 0.$$

Dann vereinfacht sich die Summe (1), es bedeutet jede der Zahlen

$$\alpha_1, \alpha_2, \ldots \alpha_n$$

entweder 1 oder 2 und es wird über alle Variationen mit Wiederholungen dieser Elemente zur $n$ten Klasse summiert.

Die Gleichungen (2) und (3) lauten jetzt:

$$p_i^{(1)} + p_i^{(2)} = 1,$$
$$p_i^{(1)} x_i^{(1)} + p_i^{(2)} x_i^{(2)} = c_i.$$

Daraus folgt:

$$p_i^{(1)}(x_i^{(1)} - x_i^{(2)}) = c_i - x_i^{(2)},$$
$$p_i^{(2)}(x_i^{(1)} - x_i^{(2)}) = x_i^{(1)} - c_i.$$

---

[1] Zur Vereinfachung des folgenden Beweises hat mir Herr Dr. Hans Radon (Wien) wertvolle Ratschläge gegeben.