Dann ist:

$$p_i^{(k)} < 1 \quad \text{und} \quad \Sigma p_i^{(k)} = 1 \tag{4}$$

zu setzen und $p_i^{(k)}$ auch die Wahrscheinlichkeit dafür, daß der wirkliche Beobachtungsfehler den Wert $\varepsilon_i^{(k)}$ erhält.

Dadurch ist auch schon ausgesprochen, daß die n Zahlen der Zahlenreihe (1) im Sinne der Wahrscheinlichkeitsrechnung voneinander unabhängig sind. Dasselbe gilt auch von den Zahlen (2).

Wir nennen die mathematische Hoffnung des wirklichen Beobachtungsfehlers ε_i:

$$\text{M.H.}\varepsilon_i = \sum_{k=1}^{m_i} (x_i^{(k)} - a) p_i^{(k)}$$

den systematischen Fehler dieser Beobachtung und fordern:

III$_1$. Die Beobachtungen sind frei von systematischen Fehlern, d. h. es ist:

$$\left.\begin{aligned} &\sum_{k=1}^{m_i} \varepsilon_i^{(k)} p_i^{(k)} = 0 \\ \text{oder} \qquad &\\ &\sum_{k=1}^{m_i} x_i^{(k)} p_i^{(k)} = a \\ &i = 1, 2, \ldots n. \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

Die Größe a selbst entzieht sich unserer Kenntnis. Wir ersetzen sie aber so gut wie möglich durch eine Größe z, die wir aus den Resultaten

$$x_1, x_2, \ldots x_n$$

der Beobachtungen zu berechnen haben. Wir wollen uns zuerst klar werden über die möglichen Bestimmungen von z, diese hierauf durch weitere Forderungen auf die zulässigen einschränken und aus diesen sodann durch neue Forderungen die günstigsten heraussuchen.