Über die Koeffizienten und Irreduktibilität der Transformationsgleichungen der elliptischen Funktionen mit singulärem Modul

von

F. Mertens,

w. M. k. Akad.

(Vorgelegt in der Sitzung am 20. Oktober 1910.)

1.

Es sei [1]

$$\zeta = \xi + \eta\sqrt{D}$$

eine gegebene Zahl in $\sqrt{D}$ von ungerader Norm

$$n = \xi^2 - D\eta^2$$

mit teilerfremden Koeffizienten ξ, η, φ die der Darstellung ξ, η von n durch die Hauptform der Determinante D zugeordnete Form und

$$f = (A, B, C)$$

eine beliebige kanonische Form von D. Es gibt eine Substitution $(\alpha, \beta, \gamma, \delta)$, zu welcher die Darstellung ξ, η in bezug auf f gehört und welche f in eine kanonische Parallelform $\overline{f\varphi}$ von $f\varphi$ verwandelt. Dieselbe ist von der I^ten oder II^ten Kategorie, je nachdem η gerade oder ungerade ist, und kann so gewählt werden, daß in der Dreizahl $(\overline{f\varphi}, f)$, welche mit (l, m', m) bezeichnet werde, l durch 8 teilbar und zu m' teilerfremd ausfällt.

Zwischen den Wurzeln ω, ω' der Formen f, $\overline{f\varphi}$ besteht die Gleichung

$$\omega' = \frac{l + m'\omega}{m} = \frac{\beta + \delta\omega}{\alpha + \gamma\omega}$$

und es ist

$$\alpha + \gamma\omega = \frac{1}{m'}\zeta.$$

[1] Die Benennungen und Bezeichnungen sind dieselben wie in dem Aufsatz »Zur komplexen Multiplikation«, Sitzb. der kais. Akad. der Wissensch. in Wien, mathem.-naturw. Klasse, Bd. CXIX, Abt. IIa, Februar 1910.