Wir setzen nun für die hier auftretenden Formen

$$a'_{S_{34}} a'_x = V_{12}, \quad g'_{S_{12}} g'_x = V_{34} \text{ etc.}$$

Solche lineare Kovarianten V_{ik} lassen sich zwölf bilden und es besteht zwischen je drei von ihnen die Identität

$$V_{ik} + V_{mk} + V_{nk} \equiv 0. \qquad 41)$$

Es ist dann

$$\sigma R = V_{24} V_{43} V_{32} + V_{23} V_{34} V_{42}. \qquad 42)$$

Zur Bestimmung von σ setzen wir z. B.

$$x = S_{12} + S_{23} + S_{34}$$

und erhalten nach einfacher Rechnung:

$$\sigma = A_{21},$$

so daß wir also haben:

$$A_{21} R = V_{24} V_{43} V_{32} + V_{23} V_{34} V_{42}. \qquad 43)$$

Diese Gleichung sagt Wichtiges aus, nämlich: Wenn wir in irgendeiner Form (Invariante oder Kovariante von den E_i) die Koordinaten einer Ebene E_i durch die Größen

$$(S_{ik}, S_{im}, S_{in})_{ikl}$$

ersetzen — wodurch geometrisch nichts geändert wird — so erscheint bei dieser Form F ein Faktor A_{ik} und das Produkt $F.A_{ik}$ ist durch einfachere Formen dargestellt. Hieraus folgt sofort, daß es bei dem simultanen System von beliebig vielen Ebenen im R_4 keine anderen Invarianten als A_{ik}, keine anderen Kovarianten, Strahlformen, Ebenen- und Raumformen (Kontravarianten) als V_{ik}, E_i, $\pi'_{S_{ik}} \pi'_{S_{mn}}$ und $u'_{S_{ik}}$ geben kann. Hierdurch ist das Formenproblem von beliebig vielen Ebenen im R_4 formal vollständig erledigt.

Natürlich gilt dasselbe von dem System einer beliebigen Anzahl von Geraden im R_4, die ja den Ebenen dual gegenüberstehen.