Für diesen Bereich ist der Satz zuerst von H. Takagi[1] bewiesen worden.

Hier soll gezeigt werden, daß die Mittel, mit welchen ich den Kronecker'schen Satz für den Bereich der rationalen Zahlen bewiesen habe,[1] auch in dem Bereich i zum Ziele führen.

Es genügt, zyklische Gleichungen in Betracht zu ziehen, deren Grad eine Primzahlpotenz ist.

Unter einer zyklischen Gleichung wird hier eine Gleichung mit ungleichen Wurzeln $x_0, x_1, \ldots x_{n-1}$ und Koeffizienten des Bereichs R verstanden, bei welcher die ganzen zyklischen Funktionen von $x_0, x_1, \ldots x_{n-1}$ rational in R bestimmbar sind.

Setzt man

$$L(x) = x_0 + x^{n-1}x_1 + x^{n-2}x_2 + \ldots + xx_{n-1},$$

so wird, wenn ω eine n^{te} Einheitswurzel bezeichnet, die Lagrange'sche Resolvente $L(\omega)$ kurz die der Wurzel ω entsprechende Resolvente genannt.

Eine zyklische Gleichung, deren Resolventen nicht alle von Null verschieden sind, kann immer durch eine bereichsmäßige Tschirnhausentransformation in eine andere mit durchaus von Null verschiedenen Resolventen verwandelt werden.

2.

Wenn bei einer zyklischen Gleichung des Bereichs R

$$f = 0 \tag{1}$$

mit den Wurzeln $x_0, \ldots x_{\lambda-1}$, deren Grad eine Primzahl λ ist, die den primitiven λ^{ten} Einheitswurzeln $\alpha, \ldots$ entsprechenden Resolventen ganze Funktionen von α mit in R rationalen Koeffizienten sind, so gehören die Wurzeln selbst zu R.

Denn x_0 ergibt sich aus der Wurzelsumme und aus den Werten der Resolventen $L(\alpha), \ldots$ als ganze Funktion $g(\alpha)$ von α mit Koeffizienten in R.

---

[1] Journal of the college of science, imperial university, Tokyo, Japan, Vol. XIX, Article 5.

[2] Mertens, Über zyklische Gleichungen, Crette's Journal für die r. u. a. Mathematik, Bd. 131, Heft 2