Über Affinität und Parallelprojektion im vierdimensionalen Raume[1]

von

Erwin Kruppa in Troppau.

(Vorgelegt in der Sitzung am 7. Jänner 1909.)

Folgende Aufgabe bildet den Ausgangspunkt der vorliegenden Arbeit:

Zwei konjektive, dreidimensionale Räume E_1 und E_2 sind durch eine allgemeine, reelle Affinität $\mathfrak{A}$ aufeinander bezogen — etwa, daß $E_2 = E_1\mathfrak{A}$ sei. Man soll auf E_2 eine Ähnlichkeit $\mathfrak{X}$ ausüben, so daß $E_3 = E_2 . \mathfrak{X}$ zu E_1 perspektiv affin sei, mit anderen Worten, daß $\mathfrak{A} . \mathfrak{X} = \mathfrak{P}$ eine perspektive Affinität zwischen E_1 und E_3 bedeute.

Zwei Räume E_1 und E_3 liegen perspektiv affin, wenn sie die Punkte einer Ebene entsprechend gemein haben. Kann man daher in E_1 eine Ebene α_1 angeben, deren entsprechende $\alpha_2 = \alpha_1\mathfrak{A}$ durch $\mathfrak{A}^{-1}$ auf α_1 ähnlich bezogen ist, so ist die Aufgabe gelöst, denn dann können wir zwei räumliche Ähnlichkeitstransformationen $\mathfrak{X}$ angeben, durch die α_2 in α_1 und somit E_2 in je einen Raum E_3 übergeht, der zu E_1 perspektiv liegt.

Nennen wir den absoluten Kegelschnitt J und den Kegelschnitt $J\mathfrak{A}^{-1} = L$. J und L schneiden sich in vier — i. a. getrennten — Punkten und jede Ebene α_1 von E_1, die durch zwei dieser Punkte geht, ist eine Ebene, wie wir sie suchen. Diese Ebenen α_1 sind daher in sechs Parallelebenenbüscheln enthalten. Bezeichnet man die Anzahl sämtlicher Ebenen (reelle

---

[1] Vgl. Erwin Kruppa, Über den Pohlke'schen Satz. Diese Sitzungsberichte, 6. Juni 1907.