In der statistischen Mechanik sucht man Gruppen von Systemen auf, bei denen die Phase zwischen vorgeschriebenen, nahen Grenzen liegt. Als die Zahl jener Systeme, deren Phase zwischen den Grenzen:

$$q_1, q_2, \ldots q_n, p_1, p_2, \ldots p_n$$

und

$$q_1 + dq_1, q_2 + dq_2, \ldots q_n + dq_n, p_1 + dp_1, p_2 + dp_2, \ldots p_n + dp_n$$

liegt, kann ein Ausdruck von der Form:

$$D . dq_1 . dq_2 \ldots dq_n . dp_1 . dp_2 \ldots dp_n = D . d\lambda$$

gelten, wobei D im übertragenen Sinne die Dichte im Raumelement (von $2n$ Dimensionen):

$$d\lambda = dq_1 . dq_2 \ldots dq_n . dp_1 . dp_2 \ldots dp_n$$

heißt und D eine Funktion von $q_1, q_2, \ldots q_n, p_1, p_2, \ldots p_n$ und eventuell der Zeit t ist.

Es läßt sich strenge (z. B. mit Hilfe von Hamilton's partiellen Differentialgleichungen[1]) beweisen, daß der Zustand dann ein stationärer wird, wenn die Dichte D eine Funktion der Energie ε ist, d. h., daß bei einer Verteilung der Systeme nach der Regel:

$$D = \text{Funkt.}\,(\varepsilon)$$

in einer gewissen Zeit ebenso viele Systeme aus der Gruppe $d\lambda$ ausscheiden, als in derselben Zeit hinzukommen.

Da $D . d\lambda$ die Zahl der Systeme im Elemente $d\lambda$ angibt, so bekommen wir, wenn wir über alle vorhandenen Phasen (über alle q und alle p) summieren, die Zahl N der Systeme, oder es ist:

$$N = \int\limits_{\text{über alle Phasen}} D . d\lambda \tag{1}$$

---

1 Willard Gibbs, Grundlagen der statistischen Mechanik; deutsch bearbeitet von Zermelo, Leipzig 1905, p. 30. — H. A. Lorentz, Abhandlungen, Leipzig 1906, I, p. 280.