Über die Irreduktibilität der Kreisteilungsgleichungen

von

F. Mertens,

w. M. k. Akad.

(Vorgelegt in der Sitzung am 19. Juni 1908.)

Die Irreduktibilität der Gleichung für die primitiven n^{ten} Einheitswurzeln

$$X = 0$$

in dem Bereich der rationalen Zahlen kann mit Mitteln bewiesen werden, welche insofern von Interesse sind, als sie ihrer Einfachheit und Allgemeinheit wegen auch bei anderen ähnlichen Gleichungen anwendbar bleiben.

Es sei $f(x)$ ein rationalzahliger Teiler von X von höherem als dem 0^{ten} Grade mit dem Koeffizienten 1 bei der höchsten Potenz von x, P das Produkt der bis zu der Grenze $\nu 2^{\nu}$ vorkommenden Primzahlen, wo $\nu = \varphi(n)$ den Grad von X bezeichnet, r der größte zu n teilerfremde Teiler von P und a eine beliebige zu n teilerfremde Zahl. Ermittelt man eine positive Lösung m der Kongruenzen

$$y \equiv a \pmod{n}$$
$$y \equiv 1 \pmod{r},$$

so ist dieselbe zu n und r und daher auch zu P teilerfremd und kann infolgedessen nur Primfaktoren besitzen, welche über $\nu 2^{\nu}$ liegen.

Sind nun $\alpha, \beta, \ldots$ die Wurzeln der Gleichung

$$f(x) = 0$$