Die Integralgleichungen in der Theorie der kleinen Schwingungen von Fäden und das Rayleigh'sche Prinzip

von

Philipp Frank (Wien).

(Vorgelegt in der Sitzung am 12. März 1908.)

Wenn ein System von n Freiheitsgraden, denen n unabhängige Koordinaten $\varphi_1, \varphi_2 \ldots \varphi_n$ entsprechen mögen, um seine stabile Ruhelage kleine Schwingungen ausführt, so gibt es unter diesen bekanntlich im allgemeinen n Normalschwingungen, d. h. solche Schwingungen, die durch Gleichungen von der Form

$$\varphi_k(t) = a_k \sin(\nu t + \delta) \qquad k = 1, 2, \ldots n$$

gegeben sind. Jede andere Schwingung läßt sich linear aus den Normalschwingungen zusammensetzen. Das Aufsuchen der Amplituden und Perioden der Normalschwingungen führt auf ein System von n linearen homogenen Gleichungen mit n Unbekannten, dessen Determinante ein Polynom n^{ten} Grades in ν^2 ist, das wir mit $d(\nu^2)$ bezeichnen. Den Lösungen der Gleichung $d(\nu^2) = 0$, deren es im allgemeinen n gibt, entsprechen die n Perioden, mit denen Normalschwingungen ausgeführt werden können. Zu jeder Periode gehört im allgemeinen Falle eine bestimmte Schwingung, wenn aber $d(\nu^2) = 0$ mehrfache Wurzeln besitzt, eine ganze Schar.[1]

Wenn wir ein System von unendlich vielen Freiheitsgraden haben, z. B. einen biegsamen Faden, so sagt das Rayleigh'sche

---

[1] Siehe die Enzykl. d. math. Wiss., IV, 26, § 1, H. Lamb.