Über die Anzahl inkongruenter Werte, die eine ganze Funktion dritten Grades annimmt,

von

Dr. R. Daublebsky v. Sterneck,

Professor der Mathematik an der Universität Graz.

(Vorgelegt in der Sitzung am 6. Juni 1907.)

Es gelingt auf vollkommen elementarem Wege, die Anzahl der inkongruenten Werte zu bestimmen, die die allgemeine Funktion dritten und spezielle Funktionen vierten Grades annehmen, wenn die Variable die sämtlichen Elemente eines vollständigen Restsystems bezüglich eines gegebenen Primzahlmoduls p, den wir größer als 3 voraussetzen, durchläuft. Dies soll in der folgenden kurzen Mitteilung gezeigt werden.

I.

Wir betrachten die allgemeine Funktion dritten Grades mit ganzzahligen Koeffizienten

$$f(x) = Ax^3+Bx^2+Cx+D.$$

Ist A durch p teilbar, so liegt der einfachere Fall einer quadratischen Funktion vor, der sich unmittelbar erledigen läßt; denn Bx^2+Cx+D durchläuft, wenn B nicht durch p teilbar ist, jede Restklasse, von einer einzigen abgesehen, zweimal; soll nämlich für zwei inkongruente Werte x und y

$$Bx^2+Cx+D \equiv By^2+Cy+D \pmod{p}$$

sein, so muß

$$B(x+y)+C \equiv 0 \pmod{p}$$

sein; so daß zu jedem Wert x ein bestimmter, im allgemeinen von ihm verschiedener Wert y gehört; nur zu dem Werte x, der der Kongruenz

$$2Bx+C \equiv 0 \pmod{p}$$