

2. Auch wenn die Ellipse gezeichnet vorliegt, konnte bisher eine Konstruktion der vier Normalenfußpunkte mit Zirkel und Lineal allein nur in dem Fall ausgeführt werden, daß der Punkt P auf der Ellipse selbst liegt und das Mittel der Konstruktion war der Joachimsthal'sche Kreis.

3. Die nachfolgenden Zeilen haben den Zweck, zu zeigen, daß bei gezeichneter Ellipse die Konstruktion der Fußpunkte der Normalen aus P bei jeder Lage des Punktes P mit Zirkel und Lineal allein durchgeführt werden kann.

Wir machen Gebrauch von der Parameterdarstellung der Ellipsenpunkte durch die sogenannte exzentrische Anomalie, wonach unter Voraussetzung der Ellipsengleichung

$$E \equiv b^2 x^2 + a^2 y^2 - a^2 b^2 = 0$$

die Koordinaten eines solchen Punktes durch die Ausdrücke

$$x = a \cos \alpha, \quad y = b \sin \alpha$$

darstellbar sind, und wollen im nachfolgenden die verschiedenen Ellipsenpunkte durch die ihnen zukommenden Parameterwerte bezeichnen. Die Punkte α und $\alpha + \frac{\pi}{2}$ sind Endpunkte von zwei konjugierten Durchmessern und so gelegen, daß man von α als dem Endpunkt eines Durchmessers im Sinne der üblichen Winkelzählung zu $\alpha + \frac{\pi}{2}$ als dem nächstliegenden Endpunkte des konjugierten Durchmessers gelangt. Im nachfolgenden wird ein Punkt $\alpha + \frac{\pi}{2}$ als konjugierter Punkt zum Punkt α bezeichnet. Ist nun P oder (ξ, η) der Schnittpunkt der Normalen in den Ellipsenpunkten α, β , so ist

$$\xi = \frac{e^2}{a} \cdot \frac{\cos \frac{\alpha+\beta}{2}}{\cos \frac{\alpha-\beta}{2}} \cos \alpha \cos \beta,$$

$$\eta = -\frac{e^2}{b} \cdot \frac{\sin \frac{\alpha+\beta}{2}}{\cos \frac{\alpha-\beta}{2}} \sin \alpha \sin \beta$$