Über den Dedekind'schen Beweis der Irreduktibilität der Gleichung für die primitiven n^{ten} Einheitswurzeln

von

F. Mertens,

w. M. k. Akad.

(Vorgelegt in der Sitzung am 9. November 1905.)

Es sei

$$F_n = 0$$

die Gleichung für die primitiven n^{ten} Einheitswurzeln. Der Beweis[1] Dedekind's für die Irreduktibilität von F_n in dem natürlichen Rationalitätsbereich läßt sich in einfacher Weise mit Hilfe des Satzes führen, daß die Funktion $F_n(x^m)$ durch $F_n(x)$ algebraisch teilbar ist, wenn m zu n teilerfremd ist.

Es sei φ irgend ein irreduktibeler Teiler von F_n von höherem als dem 0ten Grade, welcher bei der höchsten Potenz von x den Koeffizienten 1 hat. Derselbe ist ganzzahlig und es sei

$$F_n = \varphi\psi.$$

Für jede nicht in n aufgehende Primzahl p ist

$$\varphi(x^p)\psi(x^p)$$

durch $\varphi\psi$ teilbar und φ muß in einem der Faktoren $\varphi(x^p)$, $\psi(x^p)$ aufgehen.

φ ist aber zu $\psi(x^p)$ teilerfremd. Denn die Identität

$$n = nx^{n-1}\,.\,x - n(x^n - 1)$$

[1] Crelle's Journal, Bd. 54.