

Über zyklische Gleichungen

von

F. Mertens,

w. M. k. Akad.

(Vorgelegt in der Sitzung am 3. Februar 1906.)

1.

In dem Folgenden soll ein einfacher Beweis des zuerst von Kronecker¹ aufgestellten Satzes mitgeteilt werden, daß die Wurzeln von rationalzahligen zyklischen Gleichungen rational durch Einheitswurzeln ausdrückbar sind. Kronecker selbst hat keinen vollständigen Beweis seines Satzes gegeben und man verdankt die ersten Beweise desselben den Herren H. Weber² und D. Hilbert.³

Die hier benutzten Hilfsmittel sind die von Kronecker eingeführte Komposition⁴ Abel'scher Gleichungen sowie Kronecker's Ausdruck für die allgemeine Gestalt der Wurzeln zyklischer Gleichungen,⁵ deren Grad eine ungerade Primzahl ist, und Formeln von Kummer⁶ aus der Theorie der komplexen, aus Einheitswurzeln gebildeten Zahlen.

¹ Monatsberichte der Berliner Akademie vom Jahre 1853.

² Acta mathematica, Bd. 8. Lehrbuch der Algebra, Abschnitt 23.

³ Nachrichten der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, 1896, Heft 1. Die Theorie der algebraischen Zahlkörper, Kap. XXIII. Jahresbericht der deutschen Mathematikervereinigung, IV., 1894/5.

⁴ Sitzungsberichte der kgl. preußischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin, 1882.

⁵ L. c.

⁶ Über die Zerlegung der aus Wurzeln der Einheit gebildeten komplexen Zahlen in ihre Primfaktoren. Crelle, Bd. 35. — Über die Ergänzungssätze zu den allgemeinen Reziprozitätsgesetzen. Crelle, Bd. 44.