Über eine Darstellung des Legendre'schen Zeichens

von

F. Mertens,

w. M. k. Akad.

(Vorgelegt in der Sitzung am 30. Juni 1904.)

1.

Es seien p, q verschiedene ungerade Primzahlen, x, y Unbestimmte und

$$X = 1 + x + x^2 + \ldots + x^{p-1},$$
$$Y = 1 + y + y^2 + \ldots + y^{q-1}.$$

Eine ganze Funktion $F(y)$ von y, welche nach Ersetzung von y durch $y^2, y^3, \ldots y^{q-1}$ sich nur um eine durch $y^q - 1$ teilbare ganze Funktion ändert, hat in Bezug auf Y einen von y unabhängigen Rest. Denn es sei

$$R(y) = a_0 + a_1 y + a_2 y^2 + \ldots + a_{q-1} y^{q-1}$$

der Rest von $F(y)$ in Bezug auf den Teiler $y^q - 1$. Da $y^{mq} - 1$ durch $y^q - 1$ teilbar ist, so hat $F(y^m)$ in Bezug auf $y^q - 1$ denselben Rest R_m wie $R(y^m)$. Weil aber die Zahlen

$$0, m, 2m, \ldots (q-1)m$$

nach q inkongruent und infolgedessen die Reste von

$$y^0, y^m, y^{2m}, \ldots y^{(q-1)m}$$

in Bezug auf $y^q - 1$ verschieden sind, so ist a_1 der Koeffizient von y^m in R_m und es muß nach der Annahme $a_1 = a_m$ sein.