

Über ein arithmetisches Theorem des Herrn Sylvester.

Von dem c. M. Leopold Gegenbauer.

Herr Sylvester hat im 15. Bande des Philosophical Magazine folgenden arithmetischen Satz bewiesen:

Ist $\varphi(x)$ die Anzahl, $\varphi^{(1)}(x)$ die Summe aller ganzen Zahlen, welche kleiner als x und zu x relativ prim sind, und setzt man

$$\sum_{x=1}^{x=n} \varphi(x) = \Phi(n)$$

$$\sum_{x=1}^{x=n} \varphi^{(1)}(x) = \Phi^{(1)}(n)$$

so bestehen die Relationen:

$$\sum_{x=1}^{x=n} \Phi\left(\left\lfloor \frac{n}{x} \right\rfloor\right) = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\sum_{x=1}^{x=n} x\Phi^{(1)}\left(\left\lfloor \frac{n}{x} \right\rfloor\right) = \frac{n(n+1)(n+2)}{6}$$

Dieser Satz ist ein specieller Fall des folgenden allgemeinen Theorems:

Bezeichnet x_λ irgend eine ganze Zahl des Intervalles $1 \dots n$ von vorgeschriebener (durch den Werth von λ charakterisirter)