

Lemniscatenquadrant in das Stück der z -Axe von $z = 0$ bis $z = \frac{\omega}{2}$, und umgekehrt. Die Linie $u = \frac{3\pi}{4}$, welche mit L bezeichnet werden möge, endlich kommt Punkt für Punkt an ihre frühere Stelle. Sie bildet also in diesem Flächentheile die gemeinsame Grenze zweier auf einander abwickelbarer Stücke und es entspricht dabei jeder ihre Punkte in Beziehung auf die Abwicklung sich selbst. Hieraus und aus dem Umstande, dass L keine Doppelcurve ist, lässt sich folgern, dass diese Linie eine geodätische Curve auf der Fläche sein muss. Denn sind a, b, c drei einander unendlich benachbarte Punkte derselben und d ein vierter diesen unendlich benachbarter Punkt der Fläche auf der einen Seite der Linie, so entspricht diesem ein Punkt d' auf der andern Seite so, dass $ad = ad'$, $bd = bd'$, $cd = cd'$ und die Dreiecke abd, bcd bei der Abwicklung respective auf abd', bcd' zu liegen kommen. In Folge dessen ist die Ebene abc , d. h. die Osculationsebene der Linie L im Punkte b eine Symmetrieebene für die L unendlich benachbarten Theile der Fläche, und es muss also, weil die Linie L keine Doppelcurve der Fläche ist, die Flächennormale in die Ebene abc fallen.

Dieses Ergebniss ist im vorliegenden Falle leicht analytisch zu bestätigen. Die Differentialgleichung der geodätischen Curven in den Coordinaten u und v wird nämlich hier, da $E = G$ und $F = 0$ ist:

$$E \frac{d^2 u}{dv^2} + \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial E}{\partial v} \left(\frac{du}{dv} \right)^3 - \frac{\partial E}{\partial u} \left(\frac{du}{dv} \right)^2 + \frac{\partial E}{\partial v} \frac{du}{dv} - \frac{\partial E}{\partial u} \right\} = 0,$$

wo:

$$E = \frac{1}{9} \cdot \frac{1 + \cos 2vi}{\sqrt{\cos \frac{2}{3}(u+vi) \cdot \cos \frac{2}{3}(u-vi)}}$$

zu setzen ist.

Hieraus folgt:

$$\frac{\partial E}{\partial u} = \frac{1 + \cos 2vi}{27} \cdot \frac{\sin \frac{4}{3} u}{\left(\sqrt{\cos \frac{2}{3}(u+vi) \cdot \cos \frac{2}{3}(u-vi)} \right)^3}.$$