Als der Doppelcurve angehörige sollten diese Punkte Biplanarpunkte sein, da jedoch die zwei zusammenfallenden Curven anstatt einander zu schneiden, sich gegenseitig berühren, sind diese Punkte Uniplanar- oder Cuspidalpunkte.

Ihre Anzahl beträgt auf den ersten Blick

$$\alpha(\alpha-1)\beta(\beta-1)+\beta(\beta-1)\alpha(\alpha-1)=2\alpha\beta(\alpha-1)(\beta-1),$$

welche Zahl leicht auf das richtige Mass zurückgefürt werden kann, wenn wir die Schlussbemerkung des vorigen Artikels berücksichtigen.

Da nämlich der in einer Curve parabolischer Punkte eines Systems enthaltene Punkt der Doppelcurve — Cuspidalpunkt der Fläche — zugleich auch in der zugehörigen Curve parabolischer Punkte vom anderen Systeme enthalten ist, geht hervor, dass die vorangeführte Zahl auf die Hälfte zu reduciren ist. Das erhaltene Resultat bietet die obangeführte Zahl der Cuspidalpunkte. [1]

III. Es sei nun noch gestattet, einige von den angeführten Sätzen auf den Fall in Anwendung zu bringen, wo $\alpha=\beta=2$ ist.

Die Rückungsfläche ist dann vom vierten Grade, besitzt eine Doppelcurve zweiten Grades im Endlichen und vier Doppelpunkte im Unendlichen.

Der umschriebene Kegel ist vom achten Grade. Für einen Punkt der Doppelcurve als Scheitel zerfällt er in einen Kegel vierten Grades und zwei doppelt zu zählende Tangentialebenen der Rückungsfläche im Scheitel.

Der in 7. angeführten Schlussbemerkung zufolge besitzt nun der Kegel vierten Grades vier Doppelgerade, folglich degenerirt er in zwei Kegel zweiten Grades. Ferner ist leicht einzusehen, dass zwei von diesen Geraden mit den Ebenen der Curven des einen, die andern zwei mit denen des andern Systems parallel sind. Folglich werden die zwei Kegel von jeder dieser Ebenen in zwei den betreffenden Flächencurven ähnlichen und homothetischen Curven geschnitten.

---

[1] Diese Punkte sind einfache Punkte der Berührungscurve eines umschriebenen Kegels.