der die Fälle betrifft, in welchen die Methode von Monge gar kein erstes Integral, nämlich keine partielle Differentialgleichung erster Ordnung mit einer willkürlichen Function zulässt, obgleich die gegebene Gleichung ein allgemeines Integral, mit zwei solchen Functionen, besitzt. Ich lasse mich hiebei von dem früher angegebenen Gesichtspunkt leiten und gehe vorerst von der Voraussetzung aus, die im Art. 1 definirte Differentialgleichung

$$Rz^{(2)}+Sz_1'+Tz_2+U=0 \qquad \text{...(1)}$$

habe zwei erste Integrale, wovon jedes in einer partiellen Differentialgleichung zweiter Ordnung mit je einer willkürlichen Function besteht. Es ist eine nothwendige Folge dieser Voraussetzung, dass man auch die beiden durch partielle Differentiation aus (1) sich ergebenden Gleichungen:

$$\frac{dR}{dx}.z^{(2)}+\frac{dS}{dx}.z_1'+\frac{dT}{dx}.z_2+\frac{dU}{dx}+Rz^{(3)}+Sz_1^{(2)}+Tz_2'=0 \qquad \text{...(2)}$$

$$\frac{dR}{dy}.z^{(2)}+\frac{dS}{dy}.z_1'+\frac{dT}{dy}.z_2+\frac{dU}{dy}+Rz_1^{(2)}+Sz_2'+Tz_3=0 \qquad \text{...(3)}$$

in Betracht ziehe, worin unter $\frac{dR}{dx}, \ldots \frac{dR}{dy}, \ldots$ die vollständigen, auf alle in $R, \ldots U$ vorkommenden, von x, resp. y abhängigen Grössen x, y, z, z', z_1 sich beziehenden, partiellen Differentialquotienten von $R, \ldots U$ zu verstehen sind, so dass

$$\frac{dR}{dx}=\frac{\partial R}{\partial x}+\frac{\partial R}{\partial z}.z'+\frac{\partial R}{\partial z'}.z^{(2)}+\frac{\partial R}{\partial z_1}.z_1'$$

u. s. w. ist.

Mittelst der weiteren Gleichungen:

$$\begin{aligned} dz^{(2)} &= z^{(3)}dx+z_1^{(2)}dy \\ dz_1' &= z_1^{(2)}dx+z_2'\,dy \\ dz_2 &= z_2'\,dx+z_3\,dy \end{aligned} \qquad \text{...(4)}$$

kann man drei der Grössen $z^{(3)}, z_1^{(2)}, z_2', z_3$ durch die vierte, gleichgiltig welche dies sei, ausdrücken. Wählt man hierzu $z^{(3)}$, so ergibt sich: